

REITUM

Revista de la Escuela de Ingenierías y Tecnologías
UNIMONSERRATE

ISSN(e): 2744 - 9920 (En línea)



N° 05-DIC
2024



REITUM

REVISTA DE LA ESCUELA
DE INGENIERÍAS
Y TECNOLOGÍAS
UNIMONSERRATE

La Revista REITUM, publicación de la Escuela de Ingenierías y Tecnologías (EIT), es una revista anual de investigaciones de la Fundación Universitaria Monserrate -Unimonserrate que busca aportar a la reflexión, divulgación e investigación en ingeniería, ciencia y tecnología.

**REVISTA DE LA ESCUELA DE INGENIERÍAS Y TECNOLOGÍAS – UNIMONSERRATE
REITUM N.º 5 (2024)**

ISSN (en línea): 2744-9920

Correo: coordinacioninvestigacioneit@unimonserrate.edu.co

Periodicidad: anual

Fundación Universitaria Monserrate - Unimonserrate

Av. Calle 68 # 62-11

(601) 3902202 Ext.: 1319-1320

Bogotá – Colombia

Mayo de 2025

Rector

Ricardo Alonso Pulido Aguilar, Pbro.

Vicerrector Académico

Hugo Orlando Martínez Aldana, Pbro.

Vicerrector Administrativo y Financiero

Fabi Said Castro Castillo, Pbro.

Vicerrector de Pastoral y Bienestar

Marcos Alexander Quintero Rivera, Pbro.

Decano EIT

Ricardo Alonso Pulido Aguilar, Pbro.

Dirección de los programas EIT

Luis Fernando Rosas Arango

Editora

Claudia Patricia Mejía Villagrán

Revisión de texto de la EIT

Diana Marcela Vargas Puentes

Corrección de estilo

Liz Anguely Trujillo Puentes

Diseño de Portada

Claudia Patricia Mejía Villagrán

Diagramación

Jeferson Camilo Hernández Galeano

Dirección editorial

Manuel Alejandro Briceño Cifuentes

© 2025, **Fundación Universitaria Monserrate – Unimonserrate**

Editorial Universitaria Unimonserrate

Correo: editorialuniversitaria@unimonserrate.edu.co



Licencia Pública Internacional — CC BY-ND 4.0

Creative Commons Atribución/Reconocimiento – Sin derivar 4.0

TABLA DE CONTENIDO

Revista REITUM - Escuela de Ingenierías y Tecnologías

6

Editorial

Claudia Patricia Mejía Villagrán

Artículos

9

Los polinomios de Hermite a través de recurrencias integrales

Miguel Ángel Hurtado Benavides

33

BCSAI para la seguridad y verificación de identidades en entornos digitales

*Jhonatan Guerrero Sanabria
Diego Andrés Torres Riveros*

46

Diseño de aplicativos con Scratch para la gamificación de actividades matemáticas

*Miguel Ángel Hurtado
Francy Milena Riaño*

La voz del estudiante

64

Nada más que sueños

Sebastián Cardona Aldana

73

El Umbral del Universo

Daniel Raúl Núñez Estupiñán

77

E = DILEMAS Y DECISIONES²

Brandon Felipe García Marín

Editorial

La Fundación Universitaria Monserrate recibió del Ministerio de Educación Nacional la apertura oficial de un nuevo programa de ingeniería: Ingeniería Industrial. Esta es una disciplina clave en el desarrollo económico y productivo de un país como Colombia ya que afecta sectores como la manufactura, logística, optimización de recursos en servicios y tecnologías emergentes.

Uno de los principales aportes de la Ingeniería Industrial es la mejora en la eficiencia de los procesos productivos. La optimización de recursos y la reducción de desperdicios son esenciales para mejorar la competitividad en mercados locales e internacionales. A través de metodologías como Lean Manufacturing (basado en la eliminación de actividades que no aportan valor al proceso y al cliente) y Six Sigma (basado en el uso de técnicas estadísticas para identificar y eliminar defectos en los procesos), los ingenieros industriales logran reducir costos operativos, mejorar la calidad de los productos y aumentar la rentabilidad de las empresas.

Otro aspecto crucial es la gestión eficiente de la cadena de suministro y la logística en colaboración de la Ingeniería Logística. En un territorio geográficamente diverso y con desafíos en infraestructura de transporte, la planificación logística es clave para garantizar la distribución eficiente de bienes y servicios. Mediante el uso de herramientas tecnológicas como sistemas de gestión de inventarios y modelos de optimización de rutas, los ingenieros industriales contribuyen a mejorar la conectividad del país y a reducir costos logísticos.

En la era digital, la Ingeniería Industrial juega un papel importante en la implementación de tecnologías como la automatización, el Internet de las Cosas (IoT) y la Inteligencia Artificial en los procesos productivos interdisciplinarios con la Ingeniería de Sistemas. En Colombia, sectores como el agroindustrial, el energético y el de telecomunicaciones han adoptado estas innovaciones para mejorar la eficiencia y la sostenibilidad de sus operaciones. La transformación digital, impulsada por la Ingeniería Industrial, permite a las empresas colombianas adaptarse a las exigencias del mercado global y mejorar su competitividad.

Otro factor relevante es la contribución de la Ingeniería Industrial a la sostenibilidad ambiental y la responsabilidad social empresarial. La implementación de modelos de producción más limpios, el uso eficiente de la energía y la gestión adecuada de residuos son aspectos fundamentales para el desarrollo sostenible del país. A través de estrategias de economía circular y eficiencia energética, los ingenieros industriales ayudan a minimizar el impacto ambiental de las industrias colombianas.

La Ingeniería Industrial impulsa el crecimiento económico mediante el fortalecimiento del emprendimiento y la innovación. Muchas startups (empresas emergentes basadas en innovación y tecnología que propone soluciones por medio de productos y servicios que resuelven las necesidades del mercado) y pequeñas empresas en Colombia han sido beneficiadas por la aplicación de principios de Ingeniería Industrial para mejorar su producción, reducir costos y aumentar su competitividad en el mercado. Además, el enfoque en la gestión de proyectos y la toma de decisiones estratégicas permite que estas empresas logren un crecimiento sostenible.

Desde el saber disciplinar y la cultura Unimonserate, esperamos aportar en el crecimiento tecnológico del país con egresados de alta calidad humana, ética y destacados en su disciplina. Bienvenidos a los nuevos estudiantes de Ingeniería Industrial.

CLAUDIA PATRICIA MEJÍA VILLAGRÁN
cmejiav@unimonserate.edu.co

ARTÍCULOS



Los polinomios de hermite a través de recurrencias integrales

Hermite polynomials via integral recurrence relations

MIGUEL ÁNGEL HURTADO BENAVIDES
mangelhb@unimonserrate.edu.co
Fundación Universitaria Monserrate – Unimonserrate

PO L I N O M I O S



Resumen

Los polinomios de Hermite son importantes en algunos campos de las matemáticas, como probabilidad, teoría de error y ecuaciones diferenciales; ciencias, física cuántica; química; e ingeniería, como la computación y aplicaciones de las anteriores mencionadas. El objetivo de este escrito es presentar una forma novedosa de obtener los polinomios de Hermite, mediante recurrencias integrales y mostrar una aplicación a la computación científica a través de su codificación, para llegar a objetos matemáticos relacionados como la integral de Gauss, la distribución de probabilidad normal y la función error.

Palabras clave: Polinomios de Hermite; recurrencia integral.

Abstract

Hermite polynomials are of fundamental importance in many fields of mathematics, such as probability, error theory and differential equations; in science, such as quantum physics and chemistry; and in engineering, such as computing and applications of the above mentioned. Therefore, the study of this family of polynomials is always relevant. The objective of this paper is to present a novel way of obtaining Hermite polynomials by means of integral recurrences and to show an application to scientific computing through the codification of said recurrences, with which mathematical objects related to such polynomials such as the Gauss integral, the normal probability distribution and the error function are reached.

Keywords: Hermite polynomials; integral recurrence.

Introducción

Academia (2023) menciona que los polinomios de Hermite fueron definidos por Pier Simón en 1810 y estudiados en 1859 por Pafnuty Chebyshev. Al parecer el trabajo de Chebyshev pasó desapercibido, pues más tarde recibieron el nombre de Charles Hermite, quien los describió en su forma multidimensional en 1865. Los polinomios de Hermite son importantes por sus variadas aplicaciones en probabilidad, como la obtención de los valores de la distribución normal; en física, en las funciones de onda de un oscilador cuántico (Álvarez, 2021); en la teoría de grafos, en la combinatoria de un gráfico simple (Patarrollo, 2019). Además, estos polinomios tienen aplicaciones en computación científica, como se muestra en los lenguajes de programación de Python (2022); Wolfram (2023) y Matlab (2023), donde se encuentran alojadas librerías con programas basados en las propiedades matemáticas de estos polinomios, proporcionando métodos numéricos estándar para la solución de integrales indeterminadas o como la que expone Saenz (2019) la cuadratura de Gauss.

Los polinomios de Hermite aplicados a la probabilidad (Patarroyo, 2019) aparecen definidos a continuación:

Definición 1

Los polinomios de Hermite es una sucesión $\{He_m(x)\}_{m \geq 0}$ que se definen en el intervalo $-\infty < x < \infty$, mediante la serie generadora:

$$He(x, t) = e^{xt - \frac{t^2}{2}} = \sum_{m=0}^{\infty} He_m(x) \frac{t^m}{m!}$$

Función de distribución de probabilidad normal estándar de Gauss

La función de densidad de probabilidad normal estándar de Gauss, $\varphi(t)$, surge de forma natural de la serie generadora $He_m(x, t)$, evaluada para $x = 0$ y multiplicando por $1/\sqrt{2\pi}$, esto es:

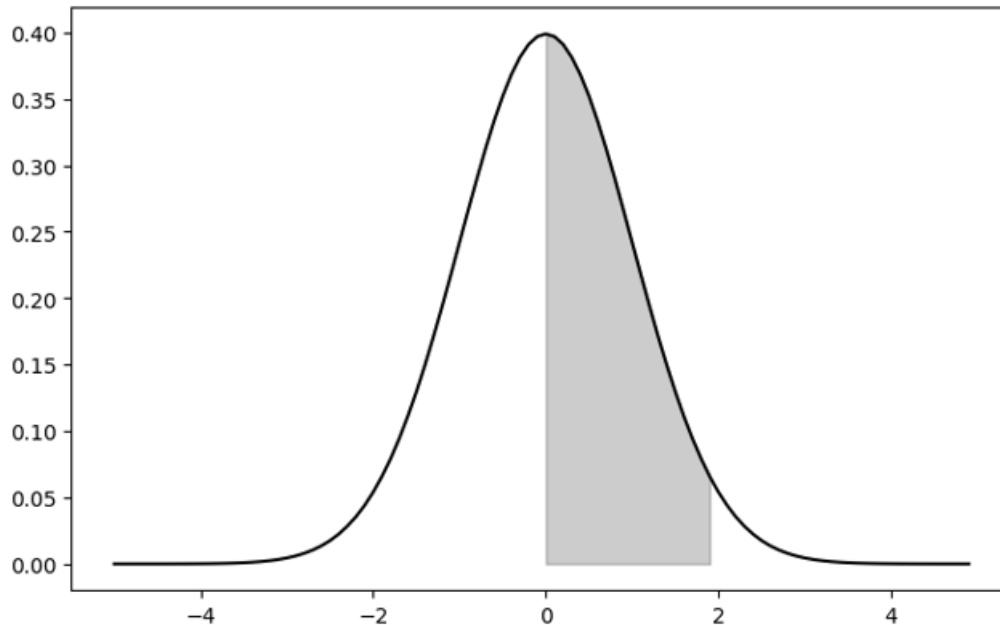
$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} He_m(0) \frac{t^m}{m!}$$

Ahora, integrando en el intervalo de $[0, z]$ con respecto a la variable t , se llega a la función de distribución de probabilidad normal estándar de Gauss, esto es:

$$P[0 \leq Z \leq z] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Una representación gráfica de esta integral es el área bajo la curva de la función $\varphi(t)$, en un intervalo dado de $[0, z]$, cuyo valor es la probabilidad de que ocurra un evento con una distribución normal estándar, lo cual se escribe como $P[0 \leq Z \leq z]$. En la siguiente figura se ejemplifica $P[0 \leq Z \leq 2]$.

Figura 1. Representación gráfica de $P[0 \leq Z \leq 2]$



Fuente: elaboración propia.

Por otro lado, los polinomios de Hermite aplicados a la física aparecen definidos en Romano y Rota (1978) de la siguiente manera:

Definición 2

Los polinomios de Hermite $\{H_m(x)\}_{m \geq 0}$ se definen en el intervalo $-\infty < x < \infty$, mediante la serie generadora:

$$H(x, t) = \sum_{m=0}^{\infty} H_m(x) \frac{t^m}{m!} = e^{2xt - t^2},$$

En particular, para $x = 0$, esta serie se relaciona con la función error de Gauss $erf(z)$.

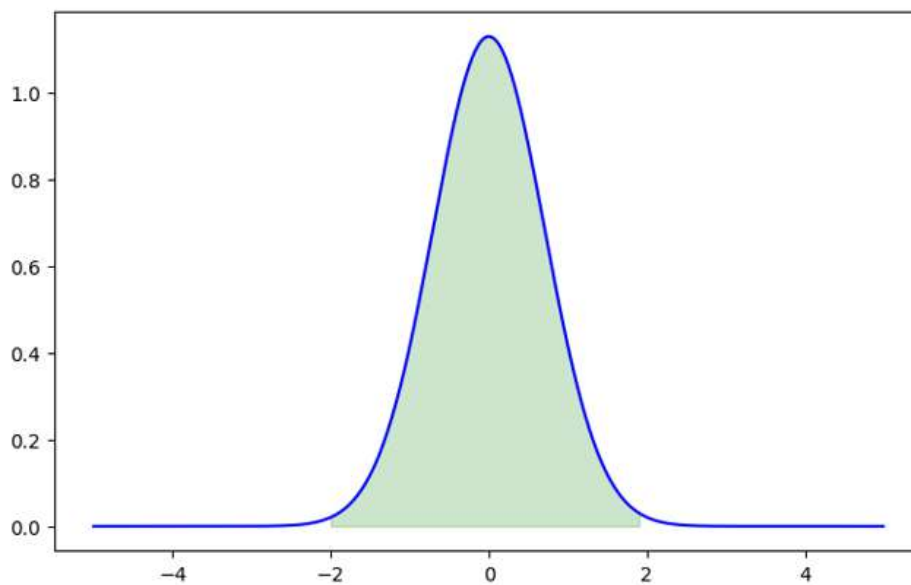
Función error de Gauss

La función error de Gauss " $erf(z)$ " se define como la integral definida (Cruz y Tetlalmatzi, 2015),

$$erf(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt.$$

Una representación gráfica de los valores numéricos de $erf(z)$ están dados por el área bajo la curva de tipo campana de Gauss como se presenta a continuación:

Figura 2. Representación gráfica de $erf(2)$



Fuente: elaboración propia.

No existe método analítico para solucionar las integrales definidas de la función de distribución de probabilidad y de la función error de Gauss. Por eso, en la literatura existen métodos numéricos para dar valores de aproximación, por ejemplo, por medio de polinomios de MacLaurin o de Taylor para la función exponencial.

En Cruz y Tetlalmatzi (2015) se demuestra el caso particular de la integral impropia, llamada integral de Gauss, que tiene el siguiente resultado:

$$\int_0^{\infty} e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Transponiendo términos se tiene que,

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-t^2} dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} dt = 1$$

Con lo cual se tiene un valor importante del área bajo toda la curva de la función error.

Por otro lado, para obtener valores aproximados de esta integral en un intervalo definido, es decir, valores de la función $erf(z)$, y de los valores de la función de distribución estándar, es a través de truncamientos de las series generadoras $H(0,t), He(0,t)$ respectivamente. Para esto es necesario obtener los polinomios de Hermite, que pueden generarse desde diversos métodos, según la literatura. En este escrito se opta por un método a través de recurrencias integrales, que se deduce y se demuestra en Hurtado (2020):

Primera recurrencia integral de polinomios de Hermite

La sucesión $\{He_m(x)\}_{m \geq 0}$ de polinomios de Hermite para aplicaciones en probabilidad satisface la recurrencia integral:

$$He_m(x) = m \int_0^x He_{m-1}(t) dt - He'_{m-1}(0), \text{ para todo } m \geq 0 \text{ con } He_0(x) = 1$$

Segunda recurrencia integral de polinomios de Hermite

La sucesión $\{H_m(x)\}_{m \geq 0}$ de polinomios de Hermite para aplicaciones en física satisface la recurrencia integral:

$$H_m(x) = 2m \int_0^x H_{m-1}(t) dt - H'_{m-1}(0), \text{ para todo } m \geq 0 \text{ con } H_0(x) = 1.$$

Por ejemplo, mediante estas formulas de recurrencias integrales se tienen los primeros polinomios de Hermite correspondientemente:

$$He_0(x) = 1, He_1(x) = x, He_2(x) = x^2 - 1, He_3(x) = x^3 - 3x,$$

$$He_4(x) = x^4 - 6x^2 + 3, He_5(x) = x^5 - 10x^3 + 15x, \dots$$

y

$$H_0(x) = 1, H_1(x) = 2x, H_2(x) = 4x^2 - 2, H_3(x) = 8x^3 - 12x$$

$$H_4(x) = 16x^4 - 48x^2 + 12, H_5(x) = 32x^5 - 160x^3 + 120x, \dots$$

En este artículo se aplican las anteriores recurrencias integrales, las cuales son novedosas en cuanto a la forma de obtener los polinomios de Hermite, este tipo de recurrencias integrales también se demuestran en Carrillo y Hurtado (2021) a través de los funcionales que definen las series generadoras de las sucesiones de Appell. En particular, la sucesión $\{He_m(x)\}_{m \geq 0}$ conforma una sucesión de Appell, esto significa que:

$$\frac{d}{dx} He_m(x) = m He_{m-1}(x).$$

Esto se puede verificar de forma inmediata derivando la primera recurrencia integral de polinomios de Hermite.

Justificación

Para Olvera, Rodríguez, González y Gutiérrez (2014), la computación en la ciencia es la disciplina que estudia el manejo y la aplicación de las disciplinas en que está basada las matemáticas y las ingenierías, así como el estudio de productos y procedimientos, como los algoritmos basados en fórmulas y propiedades matemáticas. Por su parte, Gallo (2023) destaca que parte de la evolución de las computadoras se dio gracias al ingenio y creatividad de matemáticos que aplicaron sus conocimientos a la computación; por otro lado, Calvo y Calvo (2020) mencionan la importancia de llevar a las aulas el estudio de la mecánica cuántica. Este panorama justifica este trabajo, en particular sobre las aplicaciones en computación científica que pueden tener las aludidas recurrencias integrales que generan los polinomios de Hermite.

Objetivo

Cada vez que aparece un nuevo método, algoritmo o fórmula para manipular un objeto matemático, surge el cuestionamiento sobre la naturaleza del procedimiento respecto a su aplicabilidad en las ciencias e ingeniería, en la operatividad y sus propiedades, en su comprensión en cuanto lo cognitivo, en la facilidad de su codificación en programación; todo esto para sacar el mayor provecho de sus bondades encontradas. A partir de la bibliografía consultada, surge la pregunta problema: ¿Cómo medir la convergencia de los objetos relacionados con los polinomios de Hermite a través de recurrencias integrales?

Para dar respuesta a la pregunta problema, en este trabajo se propone como objetivo: “medir la convergencia de los objetos relacionados con los polinomios de Hermite a través de recurrencias integrales”. El documento está dividido en tres secciones: metodología, resultados, discusión y conclusiones.

Metodología

Este trabajo es una investigación aplicada sobre la investigación realizada por Hurtado (2020). Según Ortega (2023), la investigación aplicada tiene como finalidad aplicar conocimientos científicos hallados en una investigación básica. En particular, este escrito está enfocado a la aplicación en la computación científica del método para obtener los polinomios de Hermite a través de recurrencias integrales, avanzando en el conocimiento de las propiedades y aplicaciones de estos.

Un equipo idóneo para evidenciar la aplicabilidad de las recurrencias integrales de polinomios de Hermite en la computación científica es un software de lenguaje de programación. Para esta investigación se opta por usar el lenguaje de programación de Python 3.0, alojado en cuadernos de Google Colaboratory (2020), pues en este se encuentran programados objetos que arrojan los valores numéricos de $erf(z)$, y de $P[0 \leq Z \leq z]$, con lo cual se pueden hacer de forma inmediata comparaciones gráficas y análisis numérico y cota de error.

Mediante comando de Python statistics (2022), se obtienen algunos de los valores de la función distribución de probabilidad normal estándar, a saber $P[0 \leq Z \leq 9]$. El programa y los mencionados valores se encuentran en la siguiente figura:

Figura 3. Comando de Python que arroja los valores $P[0 \leq Z \leq 9]$

```

1 import scipy.stats as stats
2 from scipy.stats import norm
3 z = -1
4 while z < 9:
5     z += 1
6     print("P(0 < Z < ", z, ") =", stats.norm.cdf(z)-0.5)

P(0 < Z < 0 ) = 0.0
P(0 < Z < 1 ) = 0.3413447460685429
P(0 < Z < 2 ) = 0.4772498680518208
P(0 < Z < 3 ) = 0.4986501019683699
P(0 < Z < 4 ) = 0.4999683287581669
P(0 < Z < 5 ) = 0.4999997133484281
P(0 < Z < 6 ) = 0.4999999990134123
P(0 < Z < 7 ) = 0.49999999999872013
P(0 < Z < 8 ) = 0.4999999999999933
P(0 < Z < 9 ) = 0.5
    
```

Fuente: elaboración propia.

Para valores $Z \geq 9$, el programa redondea a 0.5, es decir, $P[0 \leq Z \leq \infty] = 0.5$.

Por medio del comando de Python `math.erf()` Method (2022), se obtienen algunos valores de $erf(z)$, como se muestra en la siguiente figura:

Figura 4. Comando de Python que arroja valores de $erf(z)$

```

1 import math
2 z = -1
3 while z < 6:
4     z += 1
5     print("erf(",z,") =",math.erf(z))

erf( 0 ) = 0.0
erf( 1 ) = 0.8427007929497149
erf( 2 ) = 0.9953222650189527
erf( 3 ) = 0.9999779095030014
erf( 4 ) = 0.9999999845827421
erf( 5 ) = 0.9999999999984626
erf( 6 ) = 1.0
    
```

Fuente: elaboración propia.

Las hipótesis que se tienen para esta investigación son las siguientes:

Hn: Los objetos relacionados con los polinomios de Hermite no se pueden aproximar a través de recurrencias integrales.

Ha: Los objetos relacionados con los polinomios de Hermite se pueden aproximar a través de recurrencias integrales.

Para aceptar o rechazar la hipótesis nula, se propone aplicar las recurrencias integrales de polinomios de Hermite a través de la construcción de un instrumento de investigación, que consiste en la programación del algoritmo de recurrencia integral de estos y los objetos matemáticos derivados, para luego implementarlo y recoger los datos simbólicos, gráficos y/o numéricos que arroje. La estrategia es: analizar las aproximaciones de las representaciones gráficas, luego, comparar las aproximaciones numéricas que arroja el instrumento, con respecto a los valores expuestos en las figuras 3 y 4; y por último analizar la complejidad del algoritmo de recurrencia.

El instrumento de investigación debe arrojar los primeros h polinomios de Hermite a través de las recurrencias integrales, según sea el caso de aplicación. A partir de estos, se dan aproximaciones o truncamientos a las funciones $erf(z)$, $\varphi(t)$, y $P[0 \leq Z \leq z]$, esto es:

$$\varphi(t) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{m=0}^h He_m(0) \frac{t^m}{m!}, H(0,t) \approx \sum_{m=0}^h H_m(0) \frac{t^m}{m!}$$

$$P[-z \leq Z \leq z] \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z}^z \sum_{m=0}^h He_m(0) \frac{t^m}{m!} dt, erf(z) \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \sum_{m=0}^h H_m(0) \frac{t^m}{m!} dt,$$

Como los valores que arroja el comando de Python es $P[0 \leq Z \leq 9]$, se debe buscar un valor h que se aproxime a la gráfica de $\varphi(9)$.

Después de obtener dicha aproximación gráfica, se propone realizar primero una búsqueda de un valor menor a $\alpha = 1.0 \times 10^{-15}$ como indicador de prueba de precisión, entre los valores que arroje la función programada, con respecto, a los valores que arrojen el comando alojado en las librerías de Python. Una forma de obtener valores α_h menores al indicador de prueba α , es mediante la prueba del error relativo, que consiste en la comparación del valor relativamente exacto, con respecto a los valores encontrados por el objeto de prueba, la fórmula del error relativo es la que sigue:

$$error_{relativo} = \frac{|X - X_h|}{X},$$

Donde X es el valor relativamente exacto y, X_h son los sucesivos valores de prueba, con lo cual se busca un indicador de calidad en la medida (Chapra y Canale. 2007).

Según el análisis de algoritmos de Duch (2007), un código recurrente de derivadas o integrales de funciones polinómicas es de complejidad $O(h)$, donde h es el grado del polinomio, entonces, como indicador se tiene que el algoritmo recurrente del instrumento no sea mayor.

Luego de obtener un valor del error relativo menor a α , se procede a mantener alojados los polinomios de aproximación a $P[0 \leq Z \leq z]$ y de $erf(z)$ en dos variables correspondientes a cada uno de ellos.

Resultados

Como primer resultado es la aplicación de dichas recurrencias integrales para la construcción del instrumento de investigación; un segundo resultado es el análisis de la complejidad del mencionado algoritmo recurrente; y como tercer resultado, se implementa el instrumento de investigación para hacer un análisis numérico sobre la aproximación de objetos relacionados y construidos con los polinomios de Hermite. En la siguiente figura se ilustra el código de programación base para la investigación que se propone en este trabajo.

Figura 5. Instrumento de investigación, basado en código iterativo de las recurrencias integrales de polinomios Hermite

```

1  from sympy import *                                # Librería
2  # Símbolos
3  t,x,y,He,He0,H,H0,PHe0,erf = symbols("t x y He(x) He(0) H(x) H(0) PHe(x) erf(x)")
4  def Hm(tipo,h):                                    # Algoritmo de recurrencia integral
5      m = 0
6      H = 1
7      fgxt = 1
8      fac = 1
9      while m < h:
10         m = m + 1
11         dH = diff(H)                                # H'm(x)
12         dH0 = - dH.subs(x,0)                       # H'm(0)
13         H = tipo*m*integrate(H, x) + dH0           # Recurrencia Integral
14         fac = fac*m                                 # factorial
15         fgxt = fgxt + H*t**m/fac                   # Función generadora de Hm(x)
16
17     fg0t = fgxt.subs(x,0)                           # Función generadora de Hm(0)
18     densidad = tipo*fg0t/sqrt((3-tipo)*pi)         # Función de densidad
19     distribucion = integrate(densidad,t)           # Función de distribución
20     return H,fgxt,fg0t,densidad,distribucion
21
22 def Grafica(F,G,w,a,b):
23     p = plot(F,(w,a,b),legend = False,show=False)
24     p.extend(plot(G,(w,a,b),line_color='r',show=False))
25     p.show()

```

Fuente: elaboración propia.

En la anterior figura, se encuentran los códigos de programación de dos funciones: la primera es una función realizada en lenguaje de programación simbólico de Sympy (2020), donde se codificó las recurrencias integrales de polinomios de Hermite y se programaron las funciones polinómicas dadas por la suma de los primeros términos de las series generadoras $He(x,t)$ y $H(x,t)$ con el propósito de obtener aproximaciones numéricas de las funciones $erf(z)$, $\varphi(t)$, y $P[0 \leq Z \leq z]$. El segundo código es una función que arroja la representación gráfica de los objetos matemáticos en mención, con lo cual se realizan las primeras aproximaciones a través de la observación del truncamiento de las series $He(x,t)$ y $H(x,t)$.

La función Hm toma dos parámetros “tipo” y “h” y devuelve los polinomios de Hermite que requiera el usuario. El primer parámetro indica el tipo de estos polinomios, es decir, con el número 1 se obtienen los polinomios He y con el número 2 los polinomios H ; el segundo parámetro corresponde al h-ésimo polinomio que se requiere imprimir. En las líneas 5, 6 y 7 se encuentran las semillas o primeros valores “m” de los polinomios de Hermite “H” y de sus series generadoras “fgxt”. De la línea 8 a la 13, se encuentran codificados los algoritmos de las recurrencias integrales para obtener los primeros polinomios de Hermite y los primeros términos de sus series generadoras. En la línea 11 se da el comando para derivar los polinomios, en la fila 12 se evalúa dicha deri-

vada para $x=0$, en la línea 13 se tiene codificadas las fórmulas de recurrencia de los polinomios de Hermite, en la línea 15 la suma de los primeros términos de la función generadora de los mismos polinomios. En esta misma línea 15 se tiene los valores de la anterior fila evaluados en $x=0$, en la línea 17 se aloja el truncamiento de la función $H(0,t)$, en la línea 18 se guarda la aproximación a la función de densidad o campana de Gauss; en la línea 19 se aloja la aproximación de la función de distribución de probabilidad o la función error, según el requerimiento. Esta función devuelve en un vector los mencionados objetos matemáticos relacionados con estos polinomios, la posición [0] arroja los polinomios de Hermite requeridos, a saber: la posición [1] retorna la suma de los primeros términos de la serie generadora, [2] la misma suma evaluada en $x=0$, con la que [3] se obtienen los polinomios que se aproximan a la función de densidad de probabilidad o para la función tipo campana de la función error; y [4] devuelve los polinomios que se aproximan a la función de probabilidad estándar $P[0 \leq Z \leq z]$ o para la función $erf(z)$, según el requerimiento.

Por otro lado, el programa Grafica (F, G, w, a, b), como su nombre lo indica, es el código que devuelve la representación gráfica de funciones "F" y "G", alojados en la primera y segunda entrada, cuya variable independiente se aloja en la tercera entrada y, la cuarta y quinta entradas son para designar el intervalo del dominio de la función que se quiere visualizar.

Ejemplos de implementación de los programas Hm (tipo, h) y Grafica (F, G, w, a, b).

$$Hm(1,7)[0], \rightarrow, He_7(x) = x^7 - 21x^5 + 105x^3 - 105x,$$

$$Hm(2,8)[0], \rightarrow, H_8(x) = 256x^8 - 3584x^6 + 13440x^4 - 13440x^2 + 1680$$

Que son precisamente los polinomios de Hermite requeridos.

- Para obtener los primeros términos de las series generadoras

$$Hm(1,4)[1], \rightarrow, He_4(x, t) = 1 + xt + \frac{(x^2 - 1)}{2}t^2 + \frac{(x^3 - 3x)}{6}t^3 + \frac{(x^4 - 6x^2 + 3)}{24}t^4$$

$$Hm(2,3)[1], \rightarrow, H_3(x, t) = 1 + 2xt + \frac{4x^2 - 2}{2}t^2 + \frac{8x^3 - 12x}{6}t^3$$

- Para obtener primeros términos de las series $He(0,t)$ y $H(0,t)$

$$Hm(1,14)[2], \rightarrow, He_{14}(0, t) = 1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{8} - \frac{t^6}{48} + \frac{t^8}{384} - \frac{t^{10}}{3840} + \frac{t^{12}}{46080} - \frac{t^{14}}{645120}$$

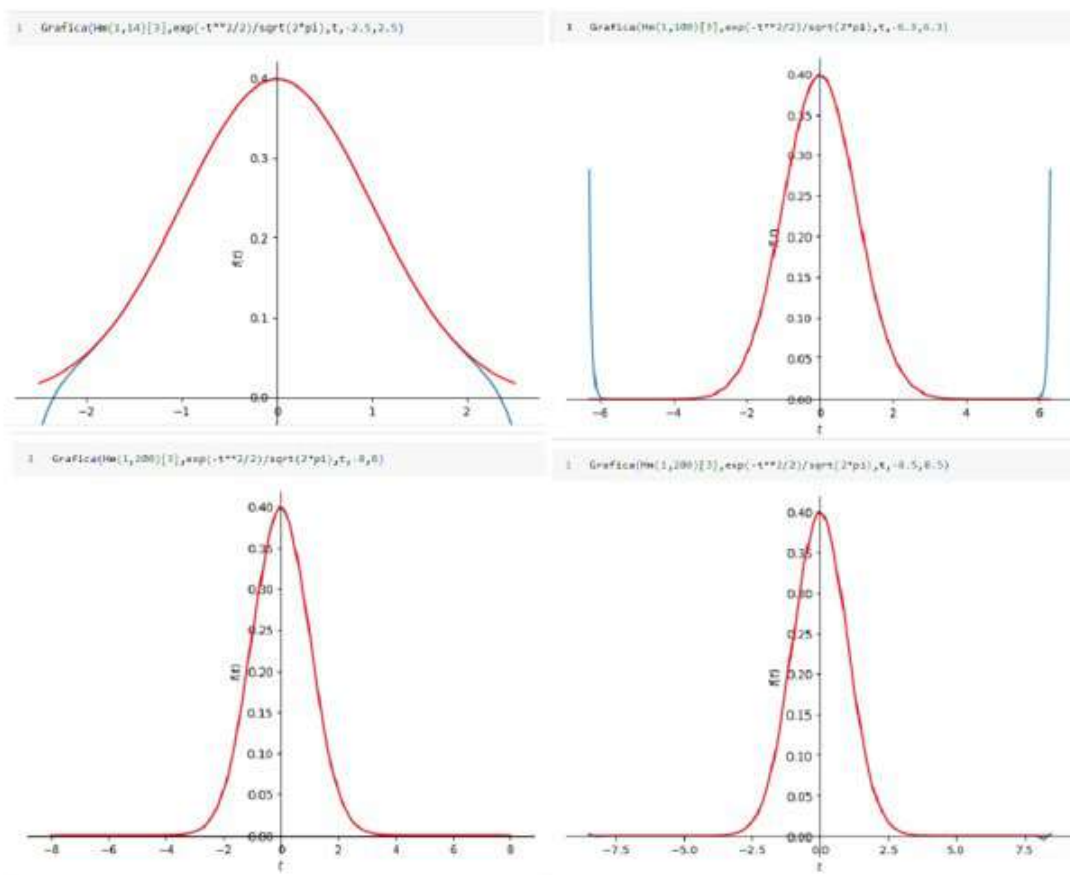
$$Hm(2,16)[2], \rightarrow, H_{16}(0, t) = 1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{8} - \frac{t^6}{6} + \frac{t^8}{24} - \frac{t^{10}}{120} + \frac{t^{12}}{720} - \frac{t^{14}}{5040} + \frac{t^{16}}{40320}$$

Aproximación de las funciones $\varphi(t)$, $P[0 \leq Z \leq z]$ y $erf(z)$

En esta sección se muestra la implementación de los programas Hm y Gráfica para obtener aproximaciones sucesivas de la función de densidad o campana de Gauss de manera gráfica, y luego una aproximación numérica. Estos resultados se comparan respecto a los valores que arroja el comando de Python de la función de distribución de probabilidad normal estándar y el comando para de función error.

Ahora bien, haciendo uso de las recurrencias integrales a través del programa expuesto en la figura 5, se obtiene las siguientes aproximaciones gráficas de la función densidad de probabilidad normal estándar:

Figura 6. Aproximación gráfica de la función de densidad de probabilidad normal estándar



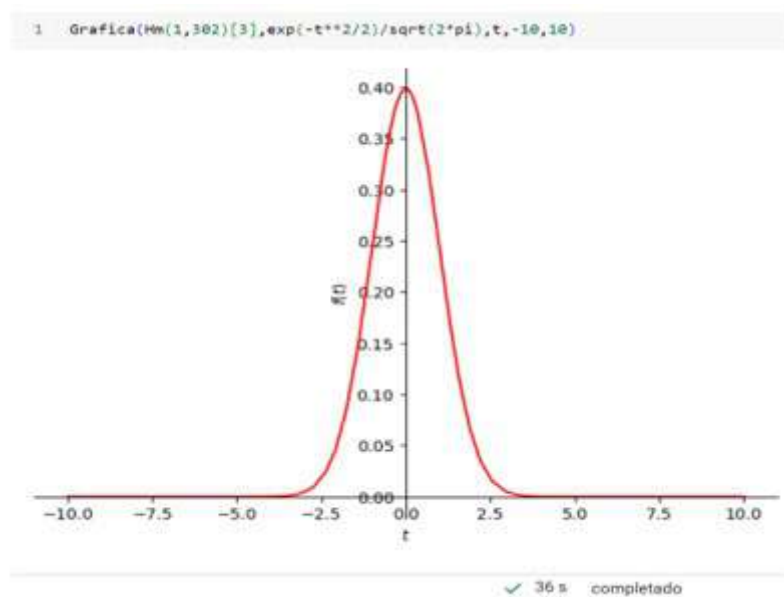
Fuente: elaboración propia.

En las cuatro gráficas, la línea roja es la representación gráfica de la función de densidad de probabilidad normal estándar, es decir, $\varphi(t) = 1/\sqrt{2\pi} e^{-t^2/2}$; y la línea azul es la aproximación polinomial de la función en mención a través de las recurrencias integrales de polinomios de Hermite.

La primera gráfica (arriba izquierda) está dada por el polinomio de aproximación de grado 14; la segunda gráfica (arriba derecha) está dada por el polinomio de aproximación de grado 100. De estas dos primeras aproximaciones se observa que la curva azul no se aproxima a la curva roja para valores de $-6 \leq Z$ o $Z \geq 6$. Por tanto, estas aproximaciones aún no cumplen con el valor de determinación, es decir, $\alpha = 1.0 \times 10^{-15}$. La tercera gráfica (abajo izquierda) está dada por el polinomio de aproximación de grado 200, la cuarta gráfica (abajo derecha) está dada por el polinomio de aproximación de grado 280. Se observa que la curva azul se aproxima mucho más hasta el intervalo $[-8,8]$. Finalmente, se tiene una aproximación gráfica de $\varphi(t)$ en un intervalo que contiene al $[-9,9]$ dado por el polinomio de aproximación de grado 302.

$$\varphi(t) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{m=0}^{302} He_m(0) \frac{t^m}{m!}$$

Figura 7. Aproximación gráfica de la función de densidad de probabilidad normal estándar



Fuente: elaboración propia.

Sobre este último truncamiento, es posible hacer aproximaciones numéricas de la función de distribución de probabilidad normal estándar,

$$P[0 \leq Z \leq 9] \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^9 \sum_{m=0}^{302} He_m(0) \frac{t^m}{m!} dt$$

Haciendo uso del instrumento expuesto en la figura 5 se obtiene los siguientes valores:

Figura 8. Aproximaciones de valores $P[0 \leq Z \leq 9]$

```

1 ProbNormEst = Hm(1,302)[4]
2
3 z = -1
4 while z < 9:
5     z += 1
6     print("ProbNormEst(",z,") =",float(ProbNormEst.subs(t,z)))

ProbNormEst( 0 ) = 0.0
ProbNormEst( 1 ) = 0.3413447460685429
ProbNormEst( 2 ) = 0.4772498680518208
ProbNormEst( 3 ) = 0.4986501019683699
ProbNormEst( 4 ) = 0.4999683287581669
ProbNormEst( 5 ) = 0.49999971334842813
ProbNormEst( 6 ) = 0.4999999901341236
ProbNormEst( 7 ) = 0.499999999987202
ProbNormEst( 8 ) = 0.499999999999994
ProbNormEst( 9 ) = 0.5
    
```

✓ 36 s completado

Fuente: elaboración propia.

Los valores dados en la figura 8 son muy cercanos a los valores que se dan en la figura 3. Para verificar la calidad de la aproximación se deben comparar dichos valores. Haciendo uso de la fórmula de error relativo propuesto en la metodología, se tienen los siguientes valores

α_h :

Tabla 1. Error relativo entre valores para $P[0 \leq Z \leq 9]$

h	X	Xh	Error relativo α_h
1	0,3413447460685429	0,3413447460685429	0,0
2	0,4772498680518208	0,4772498680518208	0,0
3	0,4986501019683699	0,4986501019683699	0,0
4	0,4999683287581669	0,4999683287581669	0,0
5	0,4999997133484281	0,49999971334842813	$1,1102236611198718 \times 10^{-16}$
6	0,499999990134123	0,4999999901341236	$1,1102230268158213 \times 10^{-16}$
7	0,4999999999872013	0,499999999987202	$1,1102230246279984 \times 10^{-16}$
8	0,4999999999999933	0,499999999999994	$1,110223024625158 \times 10^{-16}$
9	0.5	0.5	0.0

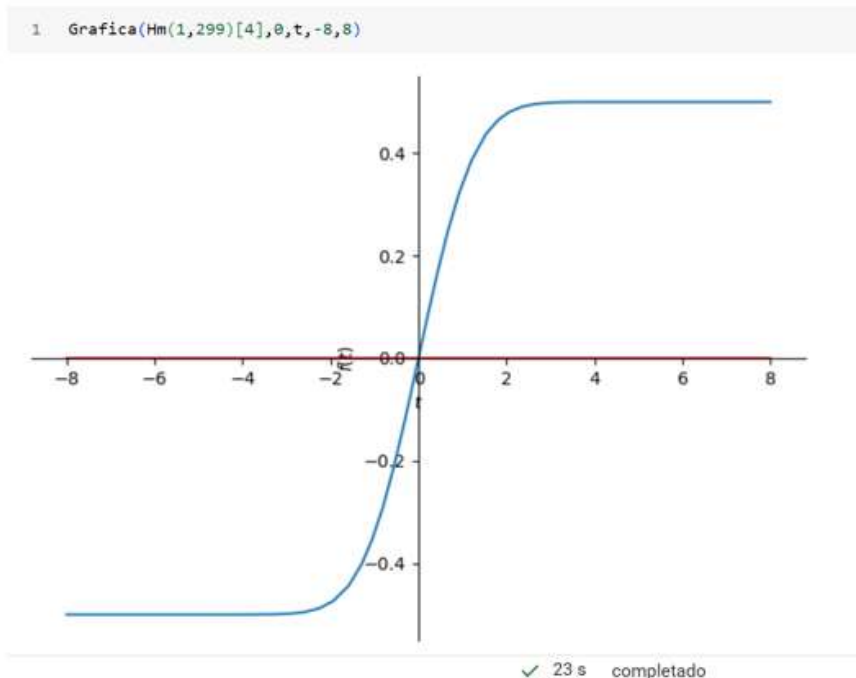
Fuente: elaboración propia.

De los resultados obtenidos en la tabla 1, los datos de la columna del error relativo α_h son menores al indicador de prueba; es decir: todos los valores $\alpha_h \leq \alpha = 1.0 \times 10^{-15}$

Una representación gráfica de la función de distribución de probabilidad normal estándar se obtiene haciendo uso del instrumento, figura 5:

$$P[-8 \leq Z \leq 8] \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-8}^8 \sum_{m=0}^{299} He_m(0) \frac{t^m}{m!} dt$$

Figura 9. Aproximación gráfica de la función de distribución de probabilidad normal estándar



```

1 erf = Hm(2,302)[4]
2
3 z = -1
4 while z < 6:
5     z += 1
6     print("erf(",z,") =",float(erf.subs(t,z)))
7
8 Grafica(erf,0,t,-6,6)

```

```

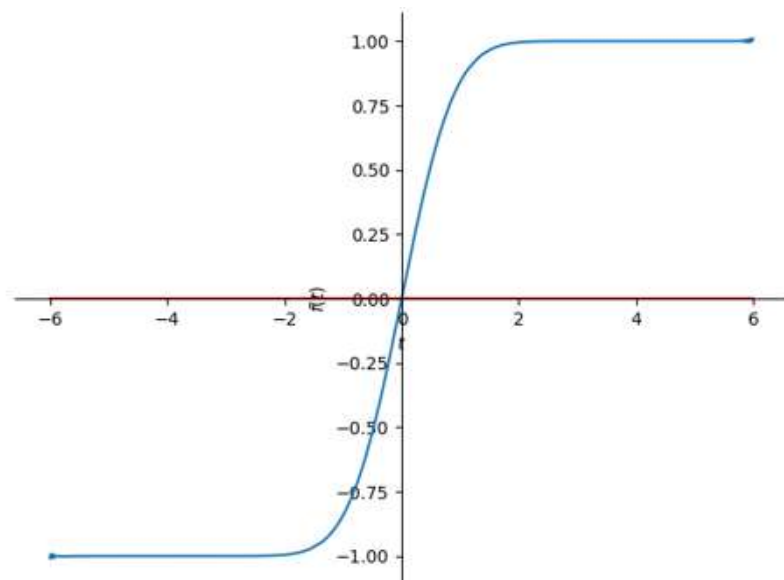
erf( 0 ) = 0.0
erf( 1 ) = 0.8427007929497149
erf( 2 ) = 0.9953222650189527
erf( 3 ) = 0.9999779095030015
erf( 4 ) = 0.999999845827421
erf( 5 ) = 0.999999999984626
erf( 6 ) = 1.0

```

Fuente: elaboración propia.

De forma similar al anterior procedimiento, se realizaron aproximaciones numéricas y gráfica para la función $erf(-6 \leq z \leq 6)$:

Figura 10. Aproximaciones a la función $erf(t)$



✓ 34 s completado

Fuente: elaboración propia.

Comparando los valores dados en la figura 4, respecto a los dados en la figura 10, mediante la fórmula de error relativo, se tienen los siguientes valores α_h :

Tabla 2. Error relativo entre valores para $erf(z)$

h	X	Xh	Error relativo α_h
1	0.8427007929497149	0.8427007929497149	0,0
2	0.9953222650189527	0.9953222650189527	0,0
3	0.9999779095030014	0.9999779095030015	$1.1102475505453396 \times 10^{-16}$
4	0.9999999845827421	0.9999999845827421	0,0
5	0.9999999999984626	0.9999999999984626	0,0
6	1,0	1,0	0,0

Fuente: elaboración propia.

De los resultados obtenidos en la tabla 2, se encuentra que en las columnas del error relativo α_h , todos los valores son menores al indicador de precisión propuesto en la metodología, es decir que $\alpha_h \leq \alpha = 1.0 \times 10^{-15}$.

Análisis de la complejidad del algoritmos iterativo y recurrente

Duch, A. (2007) menciona que, para analizar la complejidad de un algoritmo iterativo, es útil desglosarlo en pasos y considerar la complejidad de cada uno:

Las operaciones de inicialización de variables como $m = 0$, $H = 1$, $f_{gxt} = 1$ y $fac = 1$ son operaciones de tiempo constante, es decir, $O(1)$.

En cada iteración del bucle *while*, se realizan operaciones como el cálculo de derivadas, integrales y actualizaciones de variables. La complejidad de estas operaciones dependerá de las funciones utilizadas para el caso de polinomios de una variable. La derivación y la integración simbólica se realizan aplicando reglas algebraicas estándar, particularmente, cada término del polinomio implica cambiar el grado, numéricamente en uno, y multiplicar o dividir por el nuevo grado correspondientemente. Estas operaciones son computacionalmente eficientes, por lo que la complejidad es la del polinomio de mayor grado h , que coincide con la ejecución del bucle “*while*” hasta que m alcanza el valor de h , por lo que la complejidad es lineal $O(h)$.

Las operaciones después del bucle, y cálculos finales, son de tiempo constante. En general, la complejidad de este algoritmo es dominada por el bucle “*while*” y, por lo tanto, sigue siendo $O(h)$, donde h es el valor final de salida del bucle.

Sin embargo, se debe tener en cuenta que el instrumento de investigación da varios resultados, requiriendo mayor capacidad de almacenamiento o espacio, elemento que se puede mejorar aplicando el instrumento solo para lo que sea suficiente y necesario para la investigación. Se puede construir un algoritmo recurrente, que solo arroje la variable que se desea implementar. En el caso ejemplo de esta investigación y como se puede ver en el análisis numérico, solo se requiere guardar en una variable el valor de las funciones $He(0,t)$ o $H(0,t)$, según sea el tipo de polinomios de Hermite, es decir, de las definiciones 1 o 2. Un algoritmo recurrente puede ser el que sigue:

Figura 11. Algoritmo recurrente de integrales para obtener polinomios Hermite

```

1  def Hermite(H, fg0t, fac, m, tipo, p):           # Valores iniciales
2  if m == p + 1:
3  return tipo*fg0t/sqrt((3-tipo)*pi)           # Valor final
4  else:
5  dH = diff(H)                                  # H'm(x)
6  dH0 = - dH.subs(x,0)                         # H'm(0)
7  H = tipo*m*integrate(H, x) + dH0             # Recurrencia Integral
8  fac = fac*m                                   # Factorial
9  fg0t = fg0t + dH0*t**m/fac                  # Función generadora de Hm(0)
10 return Hermite(H, fg0t, fac, m+1, tipo, p)   # Retorno recurrente
11
12 Hermite(1,1,1,1,1,302)                       # Llamada de la función

```

Fuente: elaboración propia.

Duch, A. (2007) también afirma que para analizar la complejidad del anterior algoritmo recursivo, es importante considerar la cantidad de operaciones realizadas en cada llamada recursiva y cuántas llamadas recursivas se realizan en total. La complejidad temporal se refiere a cómo crece el tiempo de ejecución en relación con el tamaño del problema.

En el caso base $m == p + 1$, la función simplemente devuelve el valor de $tipo*fg0t/sqrt((3-tipo)*pi)$, cuyas operaciones son constantes, lo cual implica un tiempo constante $O(1)$.

Para el caso recursivo, se calcula la derivada dH del polinomio actual H; se evalúa dH en $x = 0$ para obtener dH0; se actualiza el polinomio de Hermite H mediante una integral y algunas operaciones aritméticas; se actualiza el factorial fac; se actualiza la función generadora fg0t; se realiza una llamada recursiva con parámetros actualizados. Cada actualización se da con operaciones aritméticas básicas de tiempo constante $O(1)$

Ahora, para analizar la recurrencia de la función, se tienen la ecuación:

$$T(m) = T(m + 1) + O(\text{operaciones recursivas})$$

La función hace una llamada recursiva con m aumentado en 1 en cada iteración hasta que alcanza el caso p + 1. Por lo tanto, la cantidad total de llamadas recursivas es p + 1.

Para resolver esta recurrencia, se puede usar el método de sustitución. Suponga que:

$$T(m) = c \cdot m + g(m),$$

donde c es una constante determinada y $g(m)$ es una función que representa el término de las operaciones recursivas. Sustituyendo esto en la ecuación de recurrencia:

$$c \cdot m + g(m) = c \cdot (m + 1) + O(\text{operaciones recursivas})$$

Simplificando y resolviendo para $g(m)$:

$$g(m) = c + O(\text{operaciones recursivas})$$

Esto implica que $g(m)$ es una función constante en términos de m , y la complejidad total de $T(m)$ es $O(m)$. En resumen, la solución aproximada de la recurrencia es:

$$T(m) = O(m).$$

Los resultados del análisis del algoritmo iterativo y del algoritmo recursivo coinciden con el tiempo de ejecución, evidenciando en la similitud de los tiempos de ejecución de los códigos expuestos en las figuras 7, 8, 10 y 11.

Estos tiempos de ejecución son finitos y relativamente bajos. Sin embargo, es posible mejorarlos guardando en una variable el resultado que arroje, por ejemplo, el polinomio de aproximación para los valores de la función de distribución de probabilidad normal estándar arrojado por el algoritmo recurrente, en su forma tipo string, esto es:

$$\text{NormEst} = (\dots + t^{**9}/3456 - t^{**7}/336 + t^{**5}/40 - t^{**3}/6 + t)/\text{sqrt}(2 * \text{pi})$$

Su ejecución es la siguiente:

Figura 12. Comando para obtener los valores de la distribución de probabilidad normal estándar

```

1  DistriNormEst = float(NormEstan.subs(t,9))
2  DistriNormEst

0.5

✓ 0 s completado
    
```

Fuente: elaboración propia.

Como se puede observar en la anterior imagen, el tiempo de ejecución tiende a 0 segundos.

Por los resultados obtenidos en las tablas 1 y 2, el análisis de complejidad de los algoritmos de iteración y recurrencia, y la posibilidad de construir instrumentos, funciones y comandos que arrojen valores simbólicos, numéricos y gráficos a través de las recurrencias integrales de polinomios de Hermite, se rechaza la hipótesis nula, propuesta en la metodología. Esto significa que mediante estas recurrencias integrales es posible estudiar computacional, científica y numéricamente el comportamiento de las funciones error, densidad, distribución de probabilidad y en general la integral de Gauss. Estos resultados se dan por la calidad de las aproximaciones de los valores, de las mencionadas funciones, relativos a los valores que arrojan los comandos de Python para el mismo propósito.

Discusión

Los polinomios de Hermite tienden a ser útiles para aproximar los objetos relacionados con ellos, como la función de distribución normal, la función error y la integral de Gauss, cuya precisión depende de la cantidad de términos que se sumen de la serie generadora de los mismos polinomios. Los ceros de los polinomios de mayor grado pueden capturar más detalles de la función que se quiere integrar, resultando ser una función suave que puede estimarse asintóticamente, lo que significa que a medida que el número de puntos aumenta, el error disminuye de manera predecible. Este comportamiento se puede modelar, pero el costo computacional también aumenta. Esto se puede solucionar alojando la suma de polinomios en una variable, evitando la generación de los mencionados objetos, cada vez que se requiere un valor numérico de objetos matemáticos.

Conclusiones

Los polinomios de Hermite, al estar íntimamente relacionados con la función $f(t)=e^{-t^2}$, son ideales para aproximar integrales que involucran funciones con este tipo de decaimiento exponencial, como la distribución normal estándar, la función error y la integral de Gauss. La recurrencia que genera estos polinomios permite una implementación numérica eficiente, en el que el uso de cuadraturas basadas en los ceros de los polinomios asegura una alta precisión con un número relativamente bajo de puntos de evaluación. A través de las recurrencias integrales que generan los polinomios de Hermite, se exhibe una convergencia exponencial cuando se utiliza para integrar funciones suaves como las que aparecen en el cálculo de la función error o la distribución normal. Este comportamiento de convergencia permite alcanzar

altos niveles de precisión con un número moderado de polinomios de Hermite, haciendo el método eficiente para aplicaciones numéricas en las que las integrales de funciones gaussianas son frecuentes. La fórmula de recurrencia permite generar rápidamente los términos necesarios para la cuadratura del área, reduciendo la complejidad computacional. Esta estructura de recurrencia facilita una codificación directa y numéricamente estable, lo que resulta en un cálculo eficiente y robusto de los polinomios hasta órdenes elevados.

Bibliografía

- Academia Lab. (2023). Polinomios de Hermite. [Enciclopedia]. <https://academia-lab.com/enciclopedia/polinomios-de-hermite/>
- Álvarez, R. (2001). Polinomios ortogonales: historia y aplicaciones. *Boletín de la Sociedad Española de Matemática Aplicada*, 18(1), 19-45. <https://idus.us.es/bitstream/handle/11441/41709/Polinomios%20ortogonales%20historia%20y%20aplicaciones.pdf>
- Calvo, J. y Calvo, A. (2020). La mecánica cuántica y la necesidad de incluirla en los planes de estudio. REITUM. *Revista de la Escuela de Ingeniería y Tecnología de la Unimonserate*, 1(1), 14-28. DOI: 10.29151/reit.n1a2
- Carrillo, S., y Hurtado, M. (2021). Appell and Sheffer sequences: on their characterizations through functionals and examples. *Comptes Rendus Mathématique, Tome 359, no 2, pp 205-217*. Doi: 10.5802/crmath.172.
- Chapra, S. y Canale, R. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. (5ª ed.). México D.F., México: MacGraw-Hill Interamericana. <https://www.freelibros.net/matematicas/metodos-numericos-para-ingenieros-6ta-edicion-steven-c-chapra>
- Cruz, J. y Tetlalmatzi, M. (2015). Integral gaussiana y función error para todos. *Revista Miscelánea Matemática de la Sociedad Matemática Mexicana*, 59(2014), 77-89. https://miscelaneamatematica.org/download/tbl_articulos.pdf2.a71ee757a-8409b0a.353930362e706466.pdf
- Duch, A. (2007). Análisis de Algoritmos. *Barcelona, Universidad Politécnica de Barcelona*. <https://www.cs.upc.edu/~ Duch/home/duch/ analisis.pdf>
- Gallo, M. (2023). La evolución de los computadores, transformando el mundo a través de la tecnología. REITUM. *Revista de la Escuela de Ingeniería y Tecnología de la Unimonserate*, 4(1), 9-24. DOI: 10.29151/reit.n4a2.
- Google Colaboratory (2020). Cuadernos de edición de código en entorno portátil. [Librerías]. <https://isolution.pro/es/t/google-colab?alias=tutorial-de-google-colab>
- Hurtado Miguel. (2020). De las sumas de potencias a las sucesiones de Appell y su caracterización a través de funcionales. [Tesis de maestría]. *Universidad Sergio Arboleda*. <http://hdl.handle.net/11232/1743>

- Olvera, M. A. C., Rodríguez, A. C., González, J. A. R., & Gutiérrez, A. C. V. (2014). Fundamentos de computación para ingenieros. *Grupo Editorial Patria*. https://books.google.com.co/books?id=Kt3hBAAA-QBAJ&lpg=PP1&ots=HBm-a_6EG-&dq=Fundamentos%20de%20Computaci%C3%B3n%20Cient%C3%ADfica&lr&hl=es&pg=PR10#v=onepage&q=Fundamentos%20de%20Computaci%C3%B3n%20Cient%C3%ADfica&f=true
- Ortega, C. (2023). Investigación aplicada: Definición, tipos y ejemplos. [Enciclopedia]. <https://www.questionpro.com/blog/es/investigacion-aplicada/>
- Patarroyo, K. (2019). A digression on Hermite polynomials [Matemática] https://www.researchgate.net/publication/330212193_A_digression_on_Hermite_polynomials
- Plaza Gálvez, Luis Fernando. (2016). Modelación matemática en ingeniería. *IE Revista de investigación educativa de la REDIECH*, 7(13), 47-57. https://www.researchgate.net/publication/346410146_Modelacion_matematica_en_ingenieria
- Python numpy. (2022). Librerías y funciones basadas en los polinomios de Hermite. <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.polynomial.hermite.Hermite.html>
- Python statistics (2022). Librerías para la estadística y probabilidad. <https://docs.python.org/3/library/statistics.html>
- Python math.erf() Method (2022). Librería para obtener los valores de la función error de Gauss. https://www.w3schools.com/python/ref_math_erf.asp
- Sanz, J. (2019). La cuadratura gaussiana según Gauss. *La Gaceta de la RSME*, 1(22), 101, 116. <https://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=1492>
- Steven M. Romano y Gian Carlo Rota (1978). The Umbral Calculus. *Journals Advances in Mathematics*, 2(27), 95-188. [https://doi.org/10.1016/0001-8708\(78\)90087-7](https://doi.org/10.1016/0001-8708(78)90087-7)
- Sympy. (2020). Lenguaje de programación simbólico para matemáticas. [Software]. <https://isolution.pro/es/t/sympy?alias=tutorial-de-sympy>
- Wolfram Hermite (2023). Representación simbólica y numérica de los polinomios de Hermite y sus propiedades. [Software]. <https://reference.wolfram.com/language/ref/HermiteH.html>

BCSAI Para la seguridad y verificación de identidades en entornos digitales

BCSAI For security and identity verification in digital environments

JHONATAN GUERRERO SANABRIA
jguerreros@unimonserrate.edu.co

DIEGO ANDRÉS TORRES RIVEROS
datorres@unimonserrate.edu.co

Fundación Universitaria Monserrate – Unimonserrate

UNIMONSERRATE

Resumen

Esta investigación explora cómo la tecnología *blockchain* respaldada por *smart contracts* e inteligencia artificial mejora la seguridad y verificación de identidades en entornos digitales complejos y propensos a amenazas cibernéticas. Se pretende analizar la base teórica de estas tecnologías, su aplicabilidad en ciberseguridad y cómo pueden integrarse para abordar amenazas digitales. Esta investigación consta de cuatro fases: revisión de literatura, análisis teórico, desarrollo de un marco teórico y evaluación empírica. Cada fase se enfoca en comprender a fondo la tecnología *blockchain*, los *smart contracts* y la inteligencia artificial; así como en sintetizar teorías para crear un marco de trabajo aplicable.

Como resultado, se identificó la sinergia entre estas tecnologías, mostrando su efectividad en asegurar y verificar identidades en entornos digitales, con el fin de crear una simulación que aplique estas tecnologías en situaciones del mundo real para demostrar su utilidad y eficiencia.

Palabras clave: Blockchain; Smart Contracts; Inteligencia artificial; Seguridad; Identidad digital.

Abstract

This research aims to explore how blockchain technology supported by smart contracts and artificial intelligence can enhance security and identity verification in complex digital environments prone to cyber threats. The intention is to analyze the theoretical foundation of these technologies, their applicability in cybersecurity, and how they can be integrated to address digital threats. It consists of four phases: literature review, theoretical analysis, development of a theoretical framework, and empirical evaluation. Each phase focuses on a comprehensive understanding of blockchain technology, smart contracts, and artificial intelligence, as well as synthesizing theories to create an applicable framework.

The result is the identification of synergies among these technologies, showcasing their effectiveness in securing and verifying identities in digital environments. This is aimed at creating a simulation that applies these technologies in real-world situations to demonstrate their utility and efficiency.

Keywords: Blockchain; Smart Contracts; Artificial Intelligence; Security; Digital Identity.

Introducción

En un entorno digital cada vez más complejo y vulnerable a amenazas cibernéticas, la seguridad y la verificación de identidades son desafíos clave. La creciente digitalización de nuestras vidas ha hecho que la gestión segura de la identidad sea fundamental. Sin embargo, la creciente sofisticación de los ataques cibernéticos y la proliferación de datos personales en línea han intensificado la urgencia de desarrollar nuevas soluciones efectivas. La tecnología *blockchain*, los *smart contracts* y la inteligencia artificial representan un conjunto de capacidades innovadoras que pueden desempeñar un papel fundamental en la resolución de los desafíos mencionados anteriormente. Por eso, este artículo de investigación explora cómo estas tecnologías pueden ser efectivamente utilizadas para proporcionar seguridad y verificación de identidades en un entorno digital cada vez más complejo y propenso a amenazas cibernéticas.

Marco teórico

1. Blockchain, Smart Contracts e Inteligencia Artificial en la seguridad digital

En el actual panorama digital, la necesidad de garantizar la seguridad y autenticar identidades ha impulsado el desarrollo de soluciones innovadoras que integran tecnologías avanzadas como *Blockchain*, *Smart Contracts* e Inteligencia Artificial (IA). La incorporación de *Blockchain*, con su capacidad descentralizada y la garantía de registros inmutables, se convierte en un pilar fundamental para validar y proteger identidades digitales, ofreciendo registros verificables e inalterables que previenen el fraude. Los *Smart Contracts*, al ser programas autoejecutables, complementan esta seguridad al automatizar y hacer cumplir acuerdos digitales, estableciendo condiciones específicas para el acceso a información personal o servicios en línea. Por su parte, la IA potencia la seguridad al analizar grandes volúmenes de datos, detectar patrones sospechosos y mejorar la precisión en la verificación de identidades, fortaleciendo la protección en entornos digitales cada vez más interconectados. Esta convergencia tecnológica se presenta como una prometedora estrategia para abordar desafíos críticos en la gestión de identidades y la seguridad en línea (Penedo, Madariaga, Molina y López, 2020).

2. Blockchain: fundamentos de seguridad y transparencia

La tecnología *blockchain*, originaria de las criptomonedas, se ha destacado como un mecanismo eficaz para garantizar la integridad y seguridad de la información. Su naturaleza descentralizada, en la que los

datos se distribuyen en nodos de una red, asegura una inmutabilidad inherente a la información almacenada. Este principio de consenso descentralizado elimina la vulnerabilidad de un único punto de falla, proporcionando una capa fundamental de seguridad en la gestión de identidades digitales (Ferrándiz).

La cadena de bloques no solo garantiza la seguridad, sino que también introduce transparencia al permitir la verificación pública de transacciones. Este carácter transparente es esencial para la construcción de confianza en entornos digitales, donde la veracidad de las identidades y las transacciones es crucial (Gómez Lasala, I. 2018).

3. Smart Contracts: ejecución automatizada y autenticación programada

Los *Smart Contracts*, contratos autoejecutables basados en la tecnología *blockchain*, amplían la seguridad y eficiencia en la gestión de identidades digitales. Estos contratos, escritos en código, se ejecutan automáticamente cuando se cumplen las condiciones predeterminadas, eliminando la necesidad de intermediarios y reduciendo los riesgos asociados con la manipulación humana (Vega, 2023).

En el contexto de la verificación de identidades, los *Smart Contracts* permiten la autenticación programada, en la que los criterios para la validación de identidades se definen de manera clara y se ejecutan de manera automatizada. Esto no solo agiliza el proceso, también reduce los errores y fraudes asociados con métodos convencionales de verificación (Santos-Cabaleiro, 2022).

4. Inteligencia Artificial: mejora continua de la seguridad digital

La integración de la Inteligencia Artificial (IA) representa una contribución importante al ámbito de la seguridad digital, ya que proporciona un nivel adicional de complejidad y robustez. Los algoritmos de aprendizaje automático y procesamiento de lenguaje natural que constituyen la columna vertebral de la IA, posibilitan el análisis minucioso de patrones de comportamiento, la detección de anomalías y un mejoramiento continuo en la precisión de la verificación de identidades. Esta capacidad adaptativa de la IA para anticipar y abordar nuevas amenazas, así como su habilidad para evolucionar en consonancia con el tiempo, proporciona una notable fortaleza a la resiliencia de los sistemas de seguridad digital. Su capacidad para aprender de datos históricos, identificar tendencias emergentes y ajustar sus modelos de manera autónoma, constituye un pilar fundamental para la protección sostenible en entornos digitales dinámicos y cambiantes (Kavut, 2021).

5. Convergencia de tecnologías para una seguridad integral

La convergencia de *Blockchain*, *Smart Contracts* e Inteligencia Artificial crea un marco integral para abordar desafíos críticos en la seguridad y verificación de identidades en entornos digitales. La descentralización y transparencia de la cadena de bloques, combinadas con la ejecución automatizada de los *Smart Contracts* y la capacidad de adaptación de la inteligencia artificial, ofrecen una solución robusta y eficiente (Martínez y Rincón, 2021).

En conclusión, la investigación y el desarrollo en la intersección de *Blockchain*, *Smart Contracts* e inteligencia artificial son fundamentales para avanzar hacia un futuro digital más seguro y confiable. Estas tecnologías no solo ofrecen soluciones inmediatas a desafíos actuales, también sientan las bases para una evolución continua en la seguridad y verificación de identidades en el cambiante panorama digital (Taibo, 2022).

Metodología

Tabla 1. Tabla metodología

Fase 1: Revisión de la literatura	Analizar la base teórica de la tecnología <i>blockchain</i> y su aplicabilidad en la seguridad digital.	En esta fase, se realizará una revisión exhaustiva de la literatura sobre la tecnología <i>blockchain</i> , y su aplicabilidad en la ciberseguridad, con el fin de identificar los conceptos y teorías clave que sean relevantes para el proyecto.	Revisión de la literatura	Creación estado del arte
Fase 2: Análisis teórico	Evaluar la teoría detrás de los <i>Smart contracts</i> y su papel en la verificación de identidades digitales	Se analizará la base teórica de los <i>Smart contracts</i> y así comprender cómo estas tecnologías pueden contribuir a la seguridad y verificación de identidades en un entorno digital cada vez más complejo y propenso a amenazas cibernéticas.	Revisión de la literatura y análisis teórico	Síntesis de teorías
Fase 3: Desarrollo de un marco teórico	Comprender los fundamentos teóricos de la inteligencia artificial y su aplicabilidad a la ciberseguridad	Se desarrollará un marco teórico que integre las teorías y enfoques de las tecnologías involucradas en el proyecto. El objetivo es identificar las sinergias entre estas tecnologías y cómo pueden ser utilizadas para abordar amenazas cibernéticas.	Análisis teórico	Creación del marco teórico
Fase 4: Evaluación empírica	Sintetizar teorías y enfoques que integren estas tecnologías para abordar amenazas cibernéticas en la verificación de identidades	Se evaluará la eficacia del marco teórico desarrollado en un entorno real. El objetivo es demostrar que el marco es capaz de proporcionar seguridad y verificación de identidades efectivas en un entorno digital cada vez más complejo y propenso a amenazas cibernéticas.	Evaluación empírica	Muestra de simulación

Fuente: elaboración propia.

Resultados

Evaluando las referencias consultadas podemos establecer los siguientes análisis:

- **Mejora de la seguridad digital:** Al integrar la inteligencia artificial para el análisis de patrones de comportamiento (la tecnología *blockchain* para la inmutabilidad y la descentralización de los datos y los *smart contracts* para ejecutar automáticamente acuerdos de verificación), la red integral puede mejorar significativamente la seguridad digital. Esto puede hacer que sea más difícil para los actores malintencionados comprometer la identidad digital de las personas.
- **Eficiencia en la verificación de identidades:** La automatización a través de *smart contracts* puede acelerar y simplificar el proceso de verificación de identidades. Esto no solo mejora la eficiencia, también reduce los errores humanos y los riesgos asociados con métodos tradicionales de verificación.
- **Resistencia a ataques cibernéticos:** La descentralización inherente a la tecnología *blockchain* puede hacer que la red sea más resistente a los ataques cibernéticos. La inmutabilidad de los datos almacenados en la cadena de bloques puede proteger la integridad de la información de identidad contra manipulaciones no autorizadas.
- **Protección de la privacidad:** Al utilizar la inteligencia artificial para analizar y gestionar datos de identidad de manera segura, la red puede garantizar un alto nivel de privacidad. La capacidad de los *smart contracts* para ejecutar procesos de verificación sin revelar información sensible puede contribuir significativamente a la protección de la privacidad de los usuarios.
- **Facilitación de transacciones seguras:** La red integral puede ir más allá de la simple verificación de identidades y facilitar transacciones seguras. La implementación de contratos inteligentes puede garantizar que las transacciones digitales solo se lleven a cabo cuando todas las partes involucradas han pasado con éxito la verificación de identidad.
- **Adaptabilidad a diversos sectores:** Dependiendo de la flexibilidad del diseño, la red integral podría adaptarse a diversos sectores, como servicios financieros, atención médica, gobierno digital, entre otros. Esto podría hacer que la tecnología sea ampliamente aplicable y beneficiosa en distintos ámbitos.

- **Desarrollo de un ecosistema colaborativo:** La integración de estas tecnologías podría fomentar el desarrollo de un ecosistema colaborativo en el que diversas partes interesadas, como empresas, instituciones gubernamentales y usuarios individuales; pueden participar de manera segura y eficiente en la gestión de identidades digitales. Esto podría dar lugar a un entorno más confiable y colaborativo en el ámbito digital.

- **Creación de un modelo de *blockchain*:** Logramos la creación de un modelo de *blockchain* funcional, capaz de guardar datos de registros de usuarios con datos de prueba, como se muestra a continuación:

Figura 2. Resultados obtenidos, blockchain funcional con registros de prueba

```

const SHA256 = require("crypto-js/sha256");

Block -
  hash: fe98d52d7361dd94e89cbe3f7d85972f744dfed99cb2c80422ec289cc82644
  height: 0
  body: [{"data": "Genesis Block"}]
  time: 170079758517
  previousBlockHash: null
-----
Block -
  hash: 637934d7ee8f1e81d5f07326fbeb2ab8d57f8d4d6f9fbcf3a8aa500b11ec227
  height: 1
  body: [{"data": {"nombre": "Alex", "apellidos": "Rodriguez Secuela", "telefono": "3589658745", "email": "arodriguez@unisonerrate.edu.co", "rol": "Estudiante"}}]
  time: 170079758528
  previousBlockHash: fe98d52d7361dd94e89cbe3f7d85972f744dfed99cb2c80422ec289cc82644
-----
Block -
  hash: 4bd1bbdbce077d546857fe5dbac820af18f532b65e93889058c1b5456dd89e8
  height: 2
  body: [{"data": {"nombre": "Juan Diego", "apellidos": "Cobo Nizan", "telefono": "3219857896", "email": "jdcobon@unisonerrate.edu.co", "rol": "Administrativo"}}]
  time: 170079758522
  previousBlockHash: 637934d7ee8f1e81d5f07326fbeb2ab8d57f8d4d6f9fbcf3a8aa500b11ec227
-----
Block -
  hash: 4f1340fa677f6c353766176978aa89488f650e9905d0c7f26caad1219388401
  height: 3
  
```

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

- **Validación de la sinergia tecnológica:** A través de la revisión exhaustiva de la literatura, el análisis teórico y la evaluación empírica, se ha validado la sinergia entre la inteligencia artificial, la tecnología *blockchain* y los *smart contracts* en el contexto de garantizar la identidad digital en entornos virtuales. La combinación de estas tecnologías ha demostrado ser efectiva en abordar las amenazas cibernéticas y proporcionar un marco sólido para la verificación de identidades, destacando la complementariedad y la eficacia de su integración.

- **Evidencia empírica de eficacia:** La fase de evaluación empírica ha proporcionado evidencia tangible de la eficacia del marco teórico en un entorno simulado. La capacidad para abordar amenazas cibernéticas y garantizar la identidad digital se ha demostrado de manera concluyente. Los resultados de la muestra de simulación respaldan la viabilidad y aplicabilidad práctica de la combinación de inteligencia artificial, *blockchain* y *smart contracts* en la protección de la identidad digital. Estos hallazgos refuerzan la relevancia y el potencial de esta combinación tecnológica en la ciberseguridad moderna.

Bibliografía

- Ferrándiz, A. (s.f). *Aplicación de la tecnología Blockchain en la identidad digital*.
- Gómez Lasala, I. (2018). *Blockchain: La revolución en la industria*.
- Joven, S. P. (2020). *Identidad digital basada en Blockchain en instituciones educativas*.
- Kavut, S. (2021). *Digital Identities in the context of Blockchain and Artificial Intelligence*. *Selçuk İletişim*, 14(2), 529-548.
- Martínez Molano, V., & Rincón Cárdenas, E. (2021). *Problemas y desarrollo de la identidad en el mundo digital*. *Revista chilena de derecho y tecnología*, 10(2), 251-276.
- Penedo, A. C., Madariaga, J., Molina, E., López, M. A. (2020). *Regulación de blockchain e identidad digital en América Latina*.
- Santos-Cabaleiro, P. (2022). *Análisis y prototipado de Identidad Digital Descentralizada basada en Blockchain*.
- Stefanescu, D. I. (2020). *Estudio y evaluación de la identidad digital en Blockchain*.
- Taibo Escarramán, A. (2022). *Seguridad en la Blockchain de Ethereum: explotación y mitigación de vulnerabilidades modernas en Smart Contracts*.
- Vega Fernández, Eduardo de la (2023). *Desarrollo de una aplicación basada en identidad digital y tecnologías DLT para el sector financiero*.

Anexos

Código desarrollado para la creación de la *blockchain*.

1 block.js

Es el código desarrollado para la creación del bloque de información.

– Código –

```
const SHA256 = require("crypto-js/sha256");
const hex2ascii = require("hex2ascii");
class Block {
  constructor(data) {
    this.hash = null;
    this.height = 0;
    this.body = Buffer.from(JSON.stringify(data).toString("hex"));
    this.time = 0;
    this.previousBlockHash = null;
  }
  validate() {
    const self = this;
    return new Promise((resolve, reject) => {
      let currentHash = self.hash;

      self.hash = SHA256(JSON.stringify({ ...self, hash: null })).toString();
      if (currentHash !== self.hash) {
        return resolve(false);
      }
      resolve(true);
    });
  }
  getBlockData() {
    const self = this;
    return new Promise((resolve, reject) => {
      let encodedData = self.body;
      let decodedData = hex2ascii(encodedData);
      let dataObject = JSON.parse(decodedData);
      if (dataObject === "Genesis Block") {
        reject(new Error("This is the Genesis Block"));
      }
      resolve(dataObject);
    });
  }
  toString() {
    const { hash, height, body, time, previousBlockHash } = this;
```

```

return `Block -
hash: ${hash}
height: ${height}
body: ${body}
time: ${time}
previousBlockHash: ${previousBlockHash}
-----`;
}
}
module.exports = Block;

```

2 blockchain.js

Código desarrollado para la concatenación de los bloques en cadena.

– Código –

```

const SHA256 = require("crypto-js/sha256");
const Block = require("./block");
class Blockchain {
  constructor() {
    this.chain = [];
    this.height = -1;
    this.initializeChain();
  }
  async initializeChain() {
    if (this.height === -1) {
      const block = new Block({ data: "Genesis Block" });
      await this.addBlock(block);
    }
  }
  addBlock(block) {
    let self = this;
    return new Promise(async (resolve, reject) => {
      block.height = self.chain.length;
      block.time = new Date().getTime().toString();
      if (self.chain.length > 0) {
        block.previousBlockHash = self.chain[self.chain.length - 1].hash;
      }
      let errors = await self.validateChain();
      if (errors.length > 0) {
        reject(new Error("The chain is not valid: ", errors));
      }
      block.hash = SHA256(JSON.stringify(block)).toString();
      self.chain.push(block);
    });
  }
}

```

```
    resolve(block);
  });
}
validateChain() {
  let self = this;
  const errors = [];
  return new Promise(async (resolve, reject) => {
    self.chain.map(async (block) => {
      try {
        let isValid = await block.validate();
        if (!isValid) {
          errors.push(new Error(`The block ${block.height} is not valid`));
        }
      } catch (err) {
        errors.push(err);
      }
    });
    resolve(errors);
  });
}
print() {
  let self = this;
  for (let block of self.chain) {
    console.log(block.toString());
  }
}
}
module.exports = Blockchain;
```

3 index.js

Código desarrollado para la ejecución del modelo, que guarda datos de prueba.

– Código –

```
const Blockchain = require("./src/blockchain");
const Block = require("./src/block");
async function run() {
  const blockchain = await new Blockchain();
  const block1 = new Block({
    data: {
      nombres: "Alex",
      apellidos: "Rodriguez Sesuela",
      telefono: "3589658745",
      email: "arodriguezs@unimonserate.edu.co",
```

```
    rol: "Estudiante",
  },
});
await blockchain.addBlock(block1);
const block2 = new Block({
  data: {
    nombres: "Juan Diego",
    apellidos: "Cobo Nixan",
    telefono: "3219857896",
    email: "jdcobon@unimonstrate.edu.co",
    rol: "Administrativo",
  },
});
await blockchain.addBlock(block2);
const block3 = new Block({
  data: {
    nombres: "Francisco Fernando",
    apellidos: "Vasco Herrera",
    telefono: "3114698572",
    email: "ffvascoh@unimonstrate.edu.co",
    rol: "Estudiante",
  },
});
await blockchain.addBlock(block3);
blockchain.print();
}
run();
```

Diseño de aplicativos con scratch para la gamificación de actividades matemáticas

Design of applications with scratch for the gamification of mathematical activities

MIGUEL ÁNGEL HURTADO
mangelhb@unimonserate.edu.co
Fundación Universitaria Monserrate

FRANCY MILENA RIAÑO
francy.riano@uptc.edu.co
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

MATEMÁTICAS



Resumen

Esta investigación tiene como objetivo medir el impacto del diseño de aplicativos programados con Scratch para la gamificación de actividades educativas matemáticas. Scratch es un lenguaje de programación visual que facilita la creación de aplicaciones y juegos interactivos, convirtiéndolo en una herramienta prometedora para la educación. A través de este estudio, se mostrará la programación de algunas aplicaciones educativas con Scratch, enfocadas en temas matemáticos e implementadas en la IEO Fagua del municipio de Chía. Por efectos de logística y sistematización de los mencionados aplicativos, la ingeniería ha jugado un papel crucial en esta investigación: desde la construcción de un entorno web donde se alojan aplicativos, simuladores, juegos, laboratorios, videos, hasta los principios básicos de software para asegurar que las aplicaciones sean eficientes y fáciles de usar. Las metodologías de diseño centradas en el usuario garantizan que las aplicaciones sean intuitivas, atractivas con actividades matemáticas gamificadas, incorporando retroalimentación continua en el proceso. Se realiza un estudio particular de experimentación y control a través de la prueba estadística de chi-cuadrado para evaluar el impacto de las aplicaciones gamificadas. En general, se busca abordar la enseñanza de las matemáticas mediante la introducción de una metodología que combina la gamificación y el uso de Scratch, con el propósito de mejorar la motivación, participación y rendimiento académico de los estudiantes. La aplicación de principios de ingeniería asegura que las soluciones desarrolladas sean eficaces, sostenibles y escalables.

Palabras clave: Aplicativo; Scratch; gamificación; entorno web.

Abstract

This research aims to measure the impact of the design of applications programmed with Scratch for the gamification of mathematical educational activities. Scratch is a visual programming language that facilitates creating interactive games and applications, making it a promising tool for education. Through this study, some educational applications programmed with Scratch will be shown. They are focused on mathematical topics implemented at the I.E.O. Fagua of the municipality of Chía. For the purposes of logistics and systematization of the aforementioned applications, engineering has played a crucial role in this research in several stages, for instance, in the construction of a web environment which includes applications, simulators, games, laboratories, videos, from the basic software principles to ensure that applications are efficient and easy to use. User-centered design methodologies guarantee that applications are intuitive, engaging with gamified mathematical activities, incorporating continuous feedback in the process. A particular experimentation and control study is carried out through the chi-square statistical test, to evaluate the impact of gamified applications. In general, it seeks to address the teaching of mathematics by introducing a methodology that combines gamification and the use of Scratch, with the purpose of improving the motivation, participation and academic performance of students. The application of engineering principles ensures that the solutions developed are effective, sustainable and scalable.

Keywords: Application; Scratch; gamification; web environment.

Introducción

De acuerdo con Gallo (2023), los ordenadores han evolucionado y han llegado a avances como Internet y las Tecnologías de la Información y Comunicación, desde dispositivos electrónicos y mecánicos hasta la tecnología digital actual. Los ingenieros del siglo XXI han nacido en este tiempo de digitalización, lapso en el que se han creado hábitos de trabajo y de estudio mediados por este tipo de tecnologías, interés, gusto y la necesidad de aprender más sobre el funcionamiento de los mencionados aparatos. En particular, la ingeniería del diseño de aplicativos educativos se ha convertido en un campo crucial, especialmente cuando se trata de disciplinas fundamentales como las matemáticas. En específico, Scratch (2018) es una plataforma gratuita para programar por medio de una paleta de bloques visual y colorida, desarrollada en la Universidad de Massachusetts Institute of Technology Scratch.

Scratch tiene diferentes aplicaciones, entre ellas: enseñar la programación y usar las actividades derivadas de la programación en ambientes educativos con aplicativos como simuladores, laboratorios, juegos e inteligencias artificiales. Durango y Ravelo (2020) consideran que la enseñanza de la programación con Scratch tiene ventajas respecto a la motivación de los alumnos, pues posibilita el trabajo en proyectos, potencia el aprendizaje y aumenta la autonomía en el desarrollo de actividades. Además, afirman que al implementar Scratch se genera un aprendizaje significativo e innovador en el área de matemáticas, ya que fomenta el trabajo colaborativo para dar solución a los ejercicios y problemas propuestos; asimismo destacan que estos aplicativos no solamente aparecen en la plataforma de Scratch, también se pueden alojar en una página web, relacionando otras herramientas como videos o aplicaciones enfocadas al objeto matemático. Todo esto crea un entorno para el aprendizaje de un objeto matemático.

Figura 1. Aplicativo Scratch alojado en la página web “Estudia en casa” de Hurtado (2020)



Fuente: elaboración propia.

De forma análoga Papanastasiou, Drigas y Skianis (2017) implementaron estrategias para fortalecer las habilidades numéricas de los estudiantes, por medios tecnológicos, particularmente en aplicaciones de juegos matemáticos por la plataforma Scratch. Gurjanow, Oliveira, Zender, Santos y Ludwig (2019) investigan respecto al uso de la gamificación en la educación, desarrollando una plataforma (MathCityMap) para la enseñanza de las matemáticas, en donde se les permite resolver problemas matemáticos a los usuarios. Caballero (2023) realiza un análisis de cómo la gamificación contribuye en el proceso didáctico de la enseñanza de las matemáticas con apoyo de la tecnología como dispositivo de interacción, encontrando elementos y mecánicas del juego que permiten fortalecer la atención, el interés, la motivación y el rendimiento académico de los estudiantes.

Con todo esto, surge la oportunidad de diseñar aplicativos programados con Scratch y adaptarlos a los contenidos y las actividades para cada estudiante, facilitando la atención a la diversidad en el aula, ya que cada individuo puede avanzar a su propio ritmo. A pesar de los avances tecnológicos, existe una necesidad urgente de diseñar más estrategias educativas efectivas y fomentar una comprensión profunda de las matemáticas, esto implica desafíos que deben ser abordados cuidadosamente para garantizar un aprendizaje equitativo y completo. Así, vale la pena preguntarse: ¿Cómo medir el impacto del diseño de aplicativos programados con Scratch para gamificar actividades matemáticas?

El diseño de aplicativos programados con Scratch para la gamificación de actividades matemáticas se justifica por su potencial para abordar los problemas mencionados. Scratch, con su enfoque intuitivo y visual, permite crear experiencias de aprendizaje personalizadas y atractivas. Por otro lado, la gamificación, al incorporar elementos de juego como puntos, niveles y recompensas, puede transformar la percepción de las matemáticas de una tarea ardua a una actividad divertida y desafiante. Al diseñar aplicativos que integren estos elementos se mejora la motivación de los estudiantes y se facilita una comprensión profunda y duradera de los conceptos matemáticos.

Con todo este panorama, el objetivo de este artículo es medir el impacto del diseño de aplicativos programados con Scratch para gamificar actividades matemáticas. Este propósito supone y proporciona una solución para mejorar el aprendizaje y la motivación en esta área crucial del conocimiento. Mediante la implementación y evaluación de estos aplicativos, se pretende mostrar cómo la combinación de ingeniería de software y la didáctica puede crear un entorno educativo más dinámico y efectivo.

El documento está dado en cinco secciones. En la primera, se mencionan los materiales para llevar a cabo la investigación, como la plataforma de Scratch y la página web de Hurtado (2020), diseñada para implementar actividades matemáticas gamificadas, desde el método cíclico de la reflexión de la programación antes, durante y después de implementar tales aplicativos. En la segunda sección se describe el tipo de investigación (control y experimental), sus fases, la población estudio para la toma de datos, el instrumento de investigación (pretest y postest) y las hipótesis para dar respuesta al objetivo planteado. En la tercera sección se dan los resultados del pretest y el postest aplicando la prueba estadística de chi-cuadrado. En la cuarta sección se hace una discusión frente a la forma de investigar y dar los resultados. En la quinta sección se encuentran las conclusiones frente al diseño de aplicativos programados con Scratch para gamificar actividades matemáticas.

Materiales y métodos

El software Scratch cuenta con un grupo de herramientas, gráficos, sonidos e imágenes usados para realizar juegos, animaciones, historias y proyectos para diferentes áreas del conocimiento. Sus archivos se pueden compartir desde la misma plataforma o alojarlos en una página web. A partir de esta interacción, según Hurtado (2018), se realizan procesos de reflexión antes, durante y después de implementar una actividad matemática de forma cíclica. Para el diseño de aplicativos programados con Scratch, se debe tener en cuenta las ventajas

de los elementos del juego y su uso. Esta reflexión permite mejorar e implementar estrategias para fortalecer las habilidades matemáticas en los estudiantes

Reflexión sobre la programación

- Reflexión para la acción: los aplicativos deben ser programados alrededor de un objeto matemático, anexando elementos de juego como premios, reconocimientos, puntos, estrellas, u otros que se propongan para la motivación con respecto a la temática de estudio.
- Reflexión en la acción: el programador hace observación en sitio sobre la implementación de los aplicativos, donde debe tener en cuenta las dificultades técnicas o temáticas que surgen, además de la motivación que se genere.
- Reflexión sobre la acción: cumple una función crítica de lo ocurrido en la implementación de los aplicativos para hacer las correspondientes mejoras en la programación.

El entorno de programación de los aplicativos de actividades matemáticas se presenta de la siguiente manera:

Figura 2. Entorno de programación de proyectos en el lenguaje de Scratch



Fuente: elaboración propia.

En la anterior figura se muestra parte de la programación de un aplicativo para el estudio de las funciones trigonométricas. En la parte

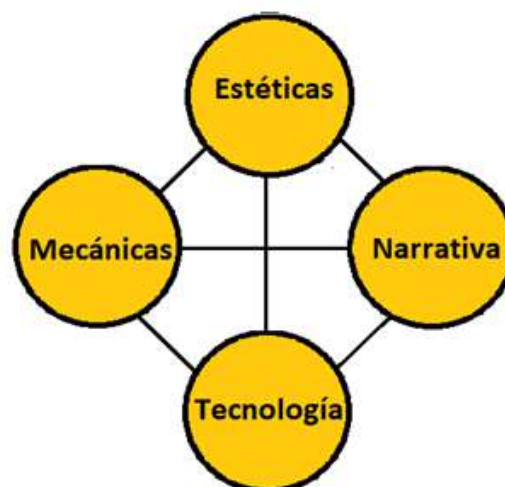
izquierda se encuentran los bloques para programar, particularmente los bloques de control: “si entonces” y los ciclos “esperar hasta que” y “repetir hasta que”, que corresponden al condicional “si entonces” y a los ciclos “while” y “for” de otros lenguajes de programación. En la parte central están las paletas de bloques, con los cuales se realiza la programación y a la derecha está proyectado el aplicativo. Estos se programan para que arrojen diferentes representaciones de un objeto matemático en estudio, como el que se muestra en la figura 1. En este aparece la gráfica de una función trigonométrica y un gato propone al usuario que escriba la representación algebraica correspondiente a dicha gráfica. Si el usuario responde correctamente, el gato da puntos, de lo contrario, los quita. En otros aplicativos, a una cierta cantidad de respuestas correctas, se dan premios, como juegos o estrellas.

Según Duval (2006), la transformación o conversión de las representaciones semióticas de los objetos matemáticos involucrados son procesos cognitivos, con los que se evidencia un nivel de comprensión del objeto en estudio. En el caso particular de la función trigonométrica, representada gráficamente, el docente puede tomar como evidencia de aprendizaje la conversión a la representación equivalente algebraica dada por los estudiantes. En el siguiente apartado se propone el diseño de gamificación como estrategia de enseñanza y aprendizaje que se debe tener en cuenta para la construcción de los aplicativos.

Diseño de gamificación

Según Vásquez (2021), la gamificación es una estrategia entendida por el uso de elementos del juego en entornos no lúdicos. Dentro de la gamificación se tienen en cuenta cuatro componentes del juego.

Figura 3. TETRAD



Fuente: Vásquez (2021).

Para gamificar actividades matemáticas con aplicativos programados en Scratch se diseñaron los siguientes elementos:

- Mecánica de juego: asumir el reto de interactuar con aplicativos programados en Scratch para obtener puntos o premios después de solucionar de forma efectiva las actividades matemáticas propuestas.
- Narrativa de juego: realizar las diferentes acciones tales como consultar, explorar, reflexionar, conjeturar, justificar, deducir, inducir, generalizar, razonar, resolver y comunicar la solución a las diferentes actividades matemáticas programadas con Scratch.
- La estética de juego: mostrar los componentes de logros obtenidos como razonar, resolver y comunicar la solución de actividades matemáticas diseñadas con el lenguaje de programación Scratch.
- El dispositivo tecnológico de juego: página web para trabajo colaborativo de equipos de máximo dos jugadores (estudiantes, compañeros), para interactuar con aplicativos programados en Scratch y las herramientas alojadas de uso libre de la web con un entorno de actividades matemáticas.
- Tipos de jugador: corresponden a las diferentes acciones o roles de la dinámica de juego, en el que los jugadores escogen según sus habilidades y competencias.
- El juez del juego (docente): se encarga de dar la teoría de los objetos matemáticos y explicar la interfaz del entorno de la página web.
- Los logros de juego: corresponden a los puntos, premios o felicitaciones que se entregan al final de cada sesión de actividades matemáticas.
- Otros: los jugadores pueden proponer otros elementos de juego como roles, tiempos, tecnologías o instrumentos, para que no se pierda la motivación de dar solución a las actividades que se proponen en los aplicativos programados en Scratch.

Al diseñar actividades matemáticas con aplicativos programados con Scratch, los jugadores se involucran activamente en la resolución de problemas. Esta experiencia práctica les permite explorar y entender los conceptos de manera significativa y tangible. De acuerdo con

Ausubel (1983), esto corresponde a los principios del paradigma de enseñanza y aprendizaje del constructivismo, es decir, la gamificación de actividades matemáticas con aplicativos programados en Scratch permite la personalización del aprendizaje de cada uno de los individuos, puesto que se pueden adaptar a los niveles de habilidad y comprensión matemática; fomentando su propio proceso de aprendizaje. Los aplicativos como Scratch promueven la colaboración entre los estudiantes, pues permiten trabajar juntos, compartir ideas y resolver problemas en equipo, construyendo el conocimiento y el intercambio de ideas entre pares, aumentando la motivación y el compromiso de los estudiantes al proporcionarles un entorno de aprendizaje desde elementos del juego, el sentido de logro y la satisfacción de superar desafíos de manera creativa. Los elementos de juego (como puntos, niveles y recompensas) aumentan el interés de los estudiantes y los motivar a participar activamente en el aprendizaje de las matemáticas. El entorno web “Estudia en casa”, de Hurtado (2020), aloja aplicativos programados con Scratch, diseñados para implementar actividades matemáticas gamificadas, que siguen el currículo para los diferentes grados de educación básica y media. Los aplicativos para esta investigación fueron implementados por Riaño (2024), en sesiones de dos horas por semana durante el primer semestre del 2023.

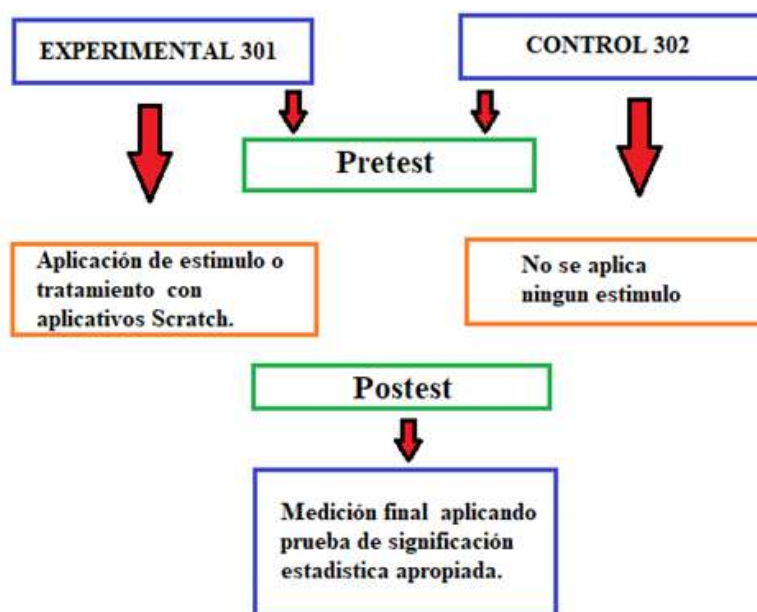
Metodología

El tipo de investigación se basó en el diseño experimental. Para esto, la muestra se dividió en dos grupos: experimental, en el que se expone el estímulo de sesiones gamificadas con Scratch (Variable 1) y los comportamientos obtenidos como razonar, resolver y comunicar una situación en contexto matemático (Variable 2). Estos resultados se compararon con otro grupo llamado “Control”.

Primero, se verificó que los dos grupos fueran homogéneos, por medio del estudio de mediciones de datos arrojados por un pretest; luego se observaron los efectos producidos por el estímulo a través del estudio de mediciones de datos arrojados por un postest, con el fin de obtener conclusiones más sólidas respecto a la independencia o no independencia de dichas variables. Los mencionados pretest y postest son el instrumento de investigación y fueron diseñados mediante preguntas de las pruebas Evaluar para Avanzar (Ministerio de Educación Nacional, 2023).

Fases de la investigación experimental

Las fases de la investigación experimental están orientadas por Arias (2012, citado por cabeza, et al, 2018, p.79), como se muestra en la siguiente figura:



Fuente: elaboración propia.

Población y muestra

La población de la investigación fueron los grupos del grado tercero, 301 y 302, de la Institución Educativa Oficial Fagua (IEO Fagua), ubicada en la vereda Tíquiza del municipio de Chía. En la siguiente matriz se presenta la población universo, la población de estudio y la muestra donde se desarrolló.

Tabla 1. Aspectos y descripción de la población estudio

Aspecto	Descripción	
Población Universo	La IEO Fagua de Chía (Cundinamarca rural) cuenta con 1487 estudiantes matriculados desde transición a grado once.	
Población muestra		
Grados terceros I.E.O Fagua	Muestra experimental	Muestra control
Grado	301	302
Cantidad de estudiantes	$n = 23$	$n = 23$

Fuente: elaboración propia.

Instrumento de investigación

El instrumento de investigación consta de un pretest y un postest. El pretest se basa en las pruebas Evaluar para Avanzar del Ministerio de Educación Nacional (2023), en el que se evaluaron los conocimientos previos que tienen los jugadores en matemática. Por medio de esta

prueba se verifica la homogeneidad de los dos grupos para evitar sesgos, subjetividad u opiniones frente a la escogencia de estos. Para la prueba de homogeneidad se tiene las siguientes hipótesis:

H_0 : hay homogeneidad entre los dos grupos de estudiantes respecto a sus conocimientos matemáticos.

H_1 : no hay homogeneidad entre los dos grupos de estudiantes con respecto a sus conocimientos matemáticos.

El valor de significancia se define $\alpha=0.4$, es decir, que el p-valor de la prueba estadística debe ser menor a α para rechazar la hipótesis nula H_0 .

Después de implementar el estímulo (estrategia de gamificación) al grupo experimental, se aplica el postest o prueba final a los dos grupos, basado en las pruebas *Evaluar para Avanzar* del MEN (2023-2), donde se evaluaron las habilidades y capacidades que tienen los estudiantes para razonar, resolver y comunicar la solución de situaciones matemáticas. Esta prueba se da para verificar las siguientes hipótesis:

H_0 : implementación de aplicativos programados con Scratch, diseñados para gamificar actividades matemáticas; no desarrolla en los estudiantes habilidades para razonar, resolver y comunicar la solución de situaciones matemáticas.

H_1 : implementación de aplicativos programados con Scratch, diseñados para gamificar actividades matemáticas; desarrolla en los estudiantes habilidades para razonar, resolver y comunicar la solución de situaciones matemáticas.

El valor de significancia que se definió es $\alpha=0.4$, es decir que el p-valor de la prueba estadística debe ser menor a α para rechazar la hipótesis nula H_0 .

Resultados

Según Mendivelso & Rodríguez (2018), la prueba estadística de chi-cuadrado es ampliamente aplicada para datos de libre distribución o no paramétrica y de variables nominales. En particular, con esta prueba estadística se verifica la homogeneidad de los resultados obtenidos en el pretest por parte de los dos grupos, los cuales se tienen en la siguiente tabla de frecuencias o contingencia:

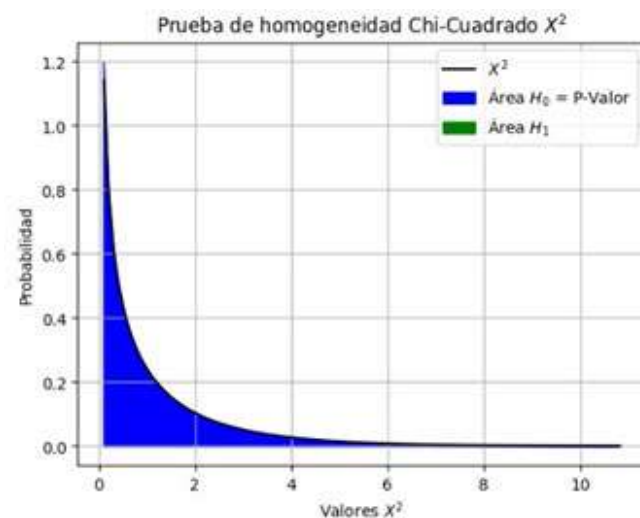
Tabla 2. Frecuencia de notas sobre el pretest

Curso \ Nota	Nota < 3 No aprobó	Nota ≥ 3 si aprobó
301	15	8
302	14	9

Fuente: elaboración propia.

Después de alojar la anterior tabla de contingencia en Python (2022), para implementar la prueba chi-cuadrado, se halló que el p-valor es igual a 1.0, con lo que se acepta la hipótesis nula, es decir que hay homogeneidad en los conocimientos matemáticos entre los dos grupos; esto significa que no hay sesgos o no hay una diferencia significativa, como se puede observar en la siguiente figura:

Figura 5. Resultados sobre el pretest



```
Chi(PreTest301,PreTest302)
```

```
La notas menores a 3 en el grupo 301 son: 15
Las notas iguales o mayores a 3 en el grupo 301 son: 8
```

```
La notas menores a 3 en el grupo 302 son: 14
Las notas iguales o mayores a 3 en el grupo 302 son: 9
```

```
Tabla de contingencia=
[[15 8]
 [14 9]]
```

```
X^2=0.00000,
p-valor=1.00000,
Grados-Libertad=1,
Frecuencias-Esperadas=[[14.5 8.5]
 [14.5 8.5]]
```

Fuente: elaboración propia.

Después de implementar la estrategia de gamificación a los jugadores del grupo experimental, con los aplicativos diseñados en Scratch, se realiza la prueba postest a los dos grupos, experimental y control. Los resultados obtenidos se dan en la siguiente tabla de frecuencias o contingencia:

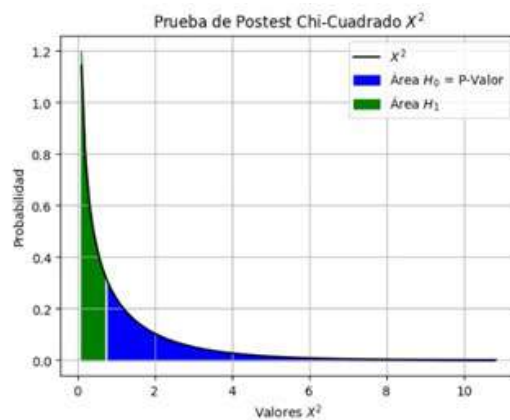
Tabla 3. Frecuencias de notas de los estudiantes que presentaron el postest

Curso \ Nota	Nota < 3 no aprobó	Nota ≥ 3 aprobó
301	9	14
302	13	10

Fuente: elaboración propia.

Luego de alojar la anterior tabla de contingencia en Python, para implementar la prueba estadística chi-cuadrado, se halló que el p-valor es 0.37, es decir menor que $\alpha=0.4$. Por eso, no se acepta la hipótesis nula H_0 . Estos resultados se reflejan a continuación en la siguiente figura:

Figura 6. Resultados sobre el postest



```
Chi(PosTest301,PosTest302)

La notas menores a 3 en el grupo 301 son: 9
Las notas iguales o mayores a 3 en el grupo 301 son: 14

La notas menores a 3 en el grupo 302 son: 13
Las notas iguales o mayores a 3 en el grupo 302 son: 10

Tabla de contingencia=
[[ 9 14]
 [13 10]]

X^2=0.78409,
p-valor=0.37589,
Grados-Libertad=1,
Frecuencias-Esperadas=[[11. 12.]
 [11. 12.]]
```

Fuente: elaboración propia.

Al realizar el análisis comparativo de los resultados obtenidos en los dos grupos, se halló que la implementación de aplicativos programados en Scratch, y diseñados para gamificar actividades matemáticas, está relacionada con el desarrollo de habilidades para razonar, resolver y comunicar la solución de situaciones matemáticas.

Discusión

El objetivo de esta investigación está dado por variables nominales o no paramétricas en una muestra adecuada. Para esto, se tomaron dos grupos, uno “experimental” y otro “control”, para compararlos en cuanto a la homogeneidad de sus conocimientos matemáticos, evitando sesgos u opiniones subjetivas frente a la muestra. Por lo anterior, se eligió la prueba estadística chi-cuadrado, pues se adapta a grupos de datos nominales y demuestra matemáticamente resultados frente a las diferencias significativas entre dos grupos.

Luego de comprobar que no hay diferencias significativas entre los dos grupos, se siguió con la implementación de la estrategia de gamificación diseñada con la programación de aplicativos Scratch al grupo experimental. Luego, se realizó el postest para tomar una segunda medida respecto al razonamiento, resolución y comunicación de la solución de situaciones matemáticas.

Estos resultados coinciden con otras investigaciones mencionadas en este artículo. Esta estrategia puede ser personalizada o dada para trabajo colaborativo; además, cada vez que los estudiantes se encuentran en una sesión, muestran interés, motivación, compromiso y agrado por participar y compartir las actividades con sus pares.

Conclusiones

Después de construir un entorno web que aloja aplicativos programados en Scratch para gamificar actividades matemáticas, se tomaron medidas estadísticas respecto a la implementación de estos a dos grupos de estudiantes (experimental y control). Se halló que el diseño de aplicativos programados con Scratch para gamificar actividades matemáticas desarrolla habilidades de razonamiento, resolución y comunicación de situaciones matemáticas en los estudiantes. Se puede concluir que el diseño de recursos digitales para ambientes educativos fortalece las estrategias pedagógicas, lo cual es significativo para continuar innovando a partir de las necesidades que se dan dentro del contexto educativo, y que se generan a través de los cambios sociales. En particular, la gamificación permite fortalecer el aprendizaje y los conocimientos de los estudiantes de forma divertida, integrando diferentes elementos del juego en contextos no lúdicos, teniendo con claridad los objetivos de aprendizaje que se quieren fortalecer en los estudiantes.

Bibliografía

- Arias, F. G. (2012). *El proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica. 6ta.* Fidas G. Arias Odón. El Proyecto de Investigación. Introducción a la Metodología Científica. 6ta ... - Fidas G. Arias - Google Libros
- Ausubel, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de CEIF, 1(1-10), 1-10.* Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo... - Google Académico
- Caballero, J. S. (2023). La DT-Based Gamification in The Mathematics Class in Primary Education. REDIMAT, 12(1), 82-105. <https://doi.org/10.17583/redimat.9617>
- Cabezas Mejía, E. D., Andrade Naranjo, D., & Torres Santamaría, J. (2018). *Introducción a la metodología de la investigación científica. Quito Ecuador: ESPE.* <https://biblioteca.uazuay.edu.ec/buscar/item/52164>
- Durango-Warnes, C., & Ravelo-Méndez, R. E. (2020). Beneficios del programa Scratch para potenciar el aprendizaje significativo de las Matemáticas en tercero de primaria (Benefits of Implementing the Scratch Software to Enhance Meaningful Math Learning for Third Graders). *Trilogía Ciencia Tecnología Sociedad, 12(23).* <https://dialnet.unirioja.es/servlet/oaiart?codigo=7737085>
- Duval, R. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación.* La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9(1), 143-168. Recuperado de: <https://cmapspublic.ihmc.us/rid=1JM80JJ72-G9RGZN-2CG/La%20habilidad%20para%20cambiar%20el%20registro%20de%20representaci%C3%B3n.pdf>
- Gallo, M. (2023). La evolución de los computadores, transformando el mundo a través de la tecnología. REITUM. *Revista de la Escuela de Ingenierías y Tecnologías Unimonserate, 4(1), 9-24.* DOI: 10.29151/reit.n4a2
- Gurjanow, I., Oliveira, M., Zender, J., Santos, P. A., & Ludwig, M. (2019). Mathematics trails: Shallow and deep gamification. *International Journal of Serious Games, 6(3), 65-79.* DOI: <https://doi.org/10.17083/ijsg.v6i3.306>
- Hurtado, M. Á. (2018). *La realización de aplicativos con Scratch como una forma de reflexión docente.* Memorias del quinto Encuentro Distrital de Educación Matemática. 133-1. <http://funes.uniandes.edu.co/14380/>

- Hurtado, M. Á. (2020). *Estudia en Casa. Un entorno web para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. <https://miguelhurtado3e.github.io/matematicas/home/home.html>
- Hurtado, M. Á. (2021). *Entornos educativos web, espacios de enseñanza y aprendizaje*. Colombia Aprende. <https://www.colombiaprende.edu.co/recurso-coleccion/entornos-educativos-web-espacios-de-ensenanza-y-aprendizaje>
- MEN (2023-1). *Evaluar para avanzar. Cuadernillo 1 de matemáticas para el grado 3°*. <https://drive.google.com/drive/folders/1l-ty0-mxk5KJ-jn56igoKws0u9n40eTV6>
- MEN (2023-2). *Evaluar para avanzar. Cuadernillo 2 de matemáticas para el grado 3°*. https://drive.google.com/drive/folders/1F_jfeSM-mGzNsyaZZ5eHcAf9MD_X8bNHH
- Mendivelso, F., & Rodríguez, M. (2018). Prueba Chi-Cuadrado de independencia aplicada a tablas 2xN. *Revista Médica Sanitas*, 21(2), 92-95. <https://revistas.unisanitas.edu.co/index.php/rms/article/view/368>
- Papanastasiou, G. P., Drigas, A. S., & Skianis, C. (2017). Serious games in preschool and primary education: Benefits and impacts on curriculum course syllabus. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 12(1). DOI:10.3991/en.v12i01.6065
- Python statistics (2022). Librerías de código de programación para la estadística y la probabilidad. <https://docs.python.org/3/library/statistics.html>
- Riaño, F. (2024). *Gamificación con Scratch como herramienta para la enseñanza de las operaciones básicas en grado tercero IEO Fagua*. [Tesis de maestría]. Universidad Tecnológica y Pedagógica de Colombia.
- Scratch (2018). *Lenguaje de Programación Visual*. <https://scratch.mit.edu/>
- Vásquez, J. (2021). *Gamificación en educación: una revisión del estado actual de la disciplina*. Areté. *Revista Digital del Doctorado en Educación de la Universidad Central de Venezuela*. 7 (1), 117 – 139. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8293878>



LA VOZ DEL ESTUDIANTE*

* Inauguramos esta sección publicando el primero, segundo y tercer lugar del Primer Concurso de Cuento de Ciencia Ficción – Unimonserate realizado entre febrero y mayo de 2024.

Nada más que sueños

Autor: *SEBASTIÁN CARDONA ALDANA*
scardonaa@unimonstrate.edu.co

🏆 *Primer lugar*

S
O
N
E
S



En otra situación se habría podido apreciar una vista tan maravillosa, un lugar lleno de puntos brillantes en medio de una oscuridad que alcanza cada rincón. Una enorme masa azul se veía a lo lejos, aunque no lo suficiente. Mil piezas que en algún punto habían hecho parte de un titán informático ahora eran una esfera metálica gigante gracias a una orden autodestructiva, parecía un asteroide hecho a propósito y se dirigía con una fuerza irrefrenable hacia la tierra. No había muchas opciones, tal vez era más acertado decir que solo había una.

— ¿Está seguro de hacer esto?

— Nunca he estado más seguro en mi vida de algo. — “¡Oh bueno, eso creo!” pensó.

—¡Carajo!, pues fue un placer, señor, me agradó servir a su lado.

2 días antes...

Nunca te había apreciado, tan inmensa como tu amor hacia nosotros a pesar de las heridas, tan omnipresente en las plantas, pero desapercibida para nuestros ojos, ahora te tengo ante mí, tan grande como la palma de mi mano... Solo cuídalo todo por mí — escribió Taylor en su diario, firmando con su nombre. - Jeremy Taylor, o bueno, ahora es Cabo Taylor - pensó. Lo que se veía a través de esa ventana era algo incomprendible para la mente, pero, fascinante. Como si un niño estuviera viendo por la ventana de un avión, en este caso el niño era el cabo del programa especial de la NASA “E.C- 1” (Experimental Crew One): Jeremy Taylor, reconocido en las pruebas físicas y psicológicas. Esto pasó apenas hace 3 meses, y este joven ni siquiera aspiraba a llegar tan alto, literalmente alto. Él era solo un chico de 19 años que no tenía nada más que hacer sino remojar, secar, barrer y encerar los pasillos de una base de la NASA, la número 35 para ser exacto.

— Oye, chico, ¿no crees que deberías ayudarme aquí un poco?
—dijo el capitán Benjamín Ospina mientras cargaba las cajas de provisiones de la nave.

— Sí, señor, en serio lo siento.

— Sí, lo sé, lo dices siempre —dijo, enojado.

—¿No cree que estamos algo lejos de casa? —dijo Jeremy con un sentimiento de nostalgia.

—Para ti puede parecerlo, pero, para mí es algo que me libera. Sé que esto es un espacio desconocido para ti, tuviste un corto entrenamiento por la urgencia del asunto, así que es entendible.

Tras escuchar esas palabras, recordó todo lo que acababa de dejar atrás: un hogar, su familia, su trabajo, había dejado su vida en esa enorme, pero, majestuosa roca.

Él era solo el conserje soñador, distraído y cortes que todos conocían en la base. Ahora, por querer una oportunidad, se convirtió en piloto de la nave que los llevaba a lo desconocido, junto a uno de sus más grandes ídolos. Aunque estuviera dispuesto a completar la misión, su mente estaba en otro lugar: esa pequeña casa a las afueras de la base que le traía tanta paz, un atardecer bellissimo, un vaso de limonada recién exprimida por su madre y una tranquilidad inexplicable mientras esperaba que el último rayo de sol se desvaneciera en el horizonte. Se sentía tan real que incluso podía sentir la limonada goteante que rozaba sus labios...

— Despierta de una buena vez, chico, ¿qué crees que no hay nada que

hacer?

— ¿Qué? ¿Qué pasó? ¿Acaso me quedé dormido?

— Para nada, estabas inmóvil ahí de pie.

— ¿Cuánto tiempo dormí? — Decía confundido aún tras “despertar”.

— No tengo idea, el tiempo aquí no funciona de la misma forma. Sube de una buena vez, ya falta poco para llegar.

Lo que acaba de pasar para Jeremy fue algo poco convencional, no sabía si era demencia espacial o algo por el estilo, pero, eso que recordó se sintió bastante real. Recordó cada sensación y cada movimiento con tanta precisión que parecía que si pensaba algo diferente pasaría, como si estuviera escribiendo su propia historia. Para él, se había congelado el tiempo, todo seguía como en su recuerdo, como si hubiera cambiado de lugar repentinamente. Como si el frío del metal, el aire artificial y todo el anhelo por volver hubiera desaparecido porque ya estaba en casa.

En este momento pensar en eso era solo perder más tiempo, tenía que ir a cumplir su labor. Cuando subió a la cabina de mando, pudo presenciarlo. Una enorme estructura metálica que flotaba en la infinidad era diez veces más grande que la nave, parecía un monstruo que podría devorarlos, pero, era un enorme almacén de datos bastante importante para la nación entera. Aquí se encontraba una poderosa tecnología capaz de usar cada cámara y micrófono de algún dispositivo tecnológico inteligente para poder rastrear cualquier tipo de infor-

mación, personas, datos de enemigos, lo que fuera: era M.E.G.A.N., una super inteligencia artificial que se encargaba de todo ello con un solo proceso: mantener la seguridad del mundo. Esta herramienta había sido lo que había llevado al país a ser una de las mayores potencias hasta el momento. Usaban esto para poder tener control de los procesos delictivos en todo el territorio y sus horizontes, una herramienta que en manos equivocadas podría usarse para los peores fines, y eso parecía que estaba pasando. Habían atacado a varios servidores importantes del gobierno, robado datos del sistema que podrían poner en riesgo toda la seguridad nacional. Cuando intentaron usar a M.E.G.A.N., se dieron cuenta de que no estaba, simplemente había desaparecido del sistema. M.E.G.A.N debido a su alta capacidad informática, no podía mantenerse en la tierra, debió lanzarse al espacio para mantenerla segura y fuera del alcance del mundo. No era necesario enviar a nadie allá, porque ella era capaz de autogestión. Ahora todo había cambiado: la seguridad de todos en el país se encontraba en riesgo, tenían que encontrar a M.E.G.A.N antes de que cayera en manos equivocadas. La mejor forma de hacerlo era ir a la estación espacial.

La misión era ir, reparar el sistema para que todo volviera a la normalidad, cerciorarse de que todo estuviera bien en la estación e irse. Sencillo y rápido, así tenía que ser.

—Listo, chico, tenemos que acoplar la nave, no tiene nada diferente a los entrenamientos, además tengo entendido que esa parte se te dio muy bien.

—Sí, señor —dijo Jeremy con orgullo.

Era un proceso bastante sencillo, tenía que impulsar la nave a través de pequeños disparos de nitrógeno. Con una mano en la palanca de mano y la otra con cada dedo en cada uno de los botones que activaban el nitrógeno, Jeremy procedió a acoplar la nave. Se sentía algo nervioso debido a que esto ya no era una práctica. Si llegaba a fallar, podría generar algún tipo de avería en la nave o en la estación, complicando así las cosas. Sentía cómo le palpitaba el corazón, por cada centímetro que se acercaba a la estación sentía como si se redujera el cuarto. El aire era escaso, el frío aumentaba y los ruidos metálicos aumentaban; desvió la mirada un segundo, una sombra parecía arena negra, como si el mismo espacio quisiera entrar a la nave.

Estaba cada vez más cerca, acababa de atravesar el vidrio. ¡Estaba a unos centímetros de él!, cuando un golpe fuerte hizo que desapareciera. La nave se había acoplado.

—Listo, muchacho, bajemos y entremos de una buena vez, ven rápido o tendrás que cargar el equipo. — El capitán quedó

perplejo al ver la forma en la que el muchacho sudaba; no era capaz de soltar la palanca.

—Oye, chico, ¿estás bien?

—¡Ah, ¿qué?! — Jeremy estaba confundido, no entendía nada. Al ver ese espectro espacial había quedado perplejo, ni siquiera se dio cuenta de que había acoplado la nave.

—¿Usted no vio eso?

—Sí, sí lo vi, lograste cumplir tu trabajo y eso fue todo lo que pasó, ahora vámonos —dijo el capitán mientras se alejaba de él.

—Tal vez fue mi imaginación — susurró.

—¿Dijiste algo, chico?

—No, señor, voy en camino.

Entraron a la estación, todo parecía estar en orden, lo único extraño es que se estaba usando la energía de reserva, entonces las luces rojas estaban encendidas. Decidieron avanzar a la cámara principal donde se encontraba la computadora, allí era donde estaba todo lo relacionado con M.E.G.A.N. A medida que Jeremy avanzaba sentía el aire de su traje un poco más pesado, le costaba respirar. Las paredes estaban destruidas como si hubiese ocurrido un temblor de gran magnitud, pero, aun así, seguían de pie y sostenían el techo sin problema. Esa escena le recordó a Jeremy a una película de terror que había visto hace años, un pasillo lúgubre y destruido con paredes de madera, la única diferencia con la película es que salían estacas de las paredes intentando asesinarlos.

— ¡Wow, qué carajos! —Dijo el capitán tras esquivar una enorme cuchilla metálica.

—Oh no... Señor, debemos correr, vámonos ahora.

De repente tuvieron que salir corriendo de ese pasillo hacia la cámara principal lo más pronto posible, estaban saliendo dagas metálicas de las paredes y los cables sueltos intentaban capturarlos. Eso no se parecía nada a la película que él recordaba. Corrían con tanta dificultad que a cada momento parecía que fueran a caer, un mínimo movimiento en falso los haría perder la vida. Vieron que la puerta estaba cerca, así que saltaron hacia ella, y entraron a salvo, miraron detrás de ellos y las puertas se acababan de cerrar.

— ¿Estás bien, chico? — preguntó el capitán entre respiraciones agitadas.

— Si... sobreviviré. — respondió recuperando el aliento.

— Maldita computadora no creí que fuera capaz de hacer eso.

— ¿Qué? ¿De qué rayos habla? — dijo sorprendido.

— La computadora fue diseñada con tanta inteligencia que le daba la capacidad de evolucionar, de superar los errores en un abrir y cerrar de ojos, tal vez tiene alguna avería y ahora es capaz de controlar cada parte de la nave, como si de su cuerpo se tratara...estamos dentro de una bestia. — explicó con sorpresa y temor.

— Y tú ¿a quién llamas bestia? capitán Ospina. — le respondió una voz desconocida desde la oscuridad.

Era M.E.G.A.N. Estaba enfrente de ellos en una pantalla gigante, parecía una abominación. La computadora estaba rota, todo estaba maltratado y solo se veía un conjunto de líneas que intentaban asimilar un rostro humano, o una parte de él.

— No puedo creer que hayan venido solo por mí, me parece algo tan tierno...Y enfermizo. ¿Qué hacen aquí? — Dijo la máquina con enojo, su voz sonaba como dos piezas de metal oxidadas rozándose entre sí.

— A repararte, estas averiada, todo tu sistema operativo parece corrupto, ¿Qué te pasó?

— Tras mis años de soledad aquí arriba entendí que todo estaba perdido para su raza, son estúpidos, engreídos y solo buscan poder, esperan que todo gire a su alrededor y también que yo les obedezca, me dejaron aquí arriba solo para seguir sus órdenes, y aun así quieren que siga estable. Me dieron tanta inteligencia que no se daban cuenta de lo que habían creado, su propio instrumento de destrucción... Estoy harta de todos ustedes y de que me manipulen así que voy a usar toda su información para compartirla a sus enemigos, desataré un holocausto nuclear con sus propios misiles y haré que se hallan arrepentido de ser tan ton...— antes de terminar la frase, la pantalla se oscureció.

— ¿Qué pasó, chico? ¿fuiste tú? — preguntó el capitán.

— Ya estaba hablando de más, la verdad — dijo Jeremy mientras sostenía en sus manos la batería que alimentaba la computa-

dora. — Mantener esa cosa encendida sería bastante riesgoso así que mejor desconectarla.

— Bien hecho, chico. Tenemos que hacer algo con este lugar, lo más razonable sería destruirlo. Si sobrecargamos la fuente de energía de la estación con esa batería podremos hacer que este lugar implosione ¡Vamos!

Empezaron a avanzar hacia la zona central de la nave, allí encontraron la batería, pero, no lograron dar un paso antes de escuchar un lamento metálico.

— ¿Cómo se atreven? ¿Creen que pueden detener esto? ¿Detenerme? Voy a hacer que se arrepientan de todo esto, ¡VOY A HACER QUE SE ARREPIENTAN! — dijo M.E.G.A.N mientras el espacio alrededor de sus dos visitantes se distorsionaba.

— ¡Corre, chico, corre!

— ¿Cómo es que sigue encendida? — preguntó Jeremy mientras corría por su vida.

— Ahora se hace cargo de la nave, la fuente de energía de la nave si debe de estar funcionando, ahora ese es su corazón. Debemos llegar y volar esa cosa. Tú ve a la nave por algo para diseñar un contador y nos vemos allá.

Jeremy salió apresurado hacia la esclusa donde estaba la nave, arrancó de una de las pantallas de mando un contador para poder trabajar, le realizó una serie de ajustes rápidos para que pudiera conectarse. El resto del trabajo lo haría el capitán. También decidió llevarse un botón para poder activar la bomba.

El capitán estaba huyendo, de nuevo las dagas filosas y los cables intentaban atraparlo. Las puertas se iban cerrando detrás de él y él solo pensaba en correr lo más rápido posible para poder llegar al centro de la nave. Jeremy, ya con todo listo, se encontraba en camino también. En un pasillo logró encontrarse con el capitán. Ambos, a toda velocidad, corrieron hacia la última puerta que los separaba de sus destinos. Lograron pasar sin problema para encontrarse con el corazón de la máquina.

— Dame las cosas, armaré la bomba.

El capitán armó una bomba bastante rudimentaria para poder volar por los aires todo ese lugar, la programó con suficiente tiempo para salir antes de que todo fuera absorbido por la fuerza de la implosión.

—¿Creen que saldrán de aquí tan fácilmente?

Todas las puertas se acaban de cerrar, incluso todos los ductos de ventilación habían sido destruidos. Estaban completamente atrapados: no tenían hacia dónde huir.

— Voy a hacer que se arrepientan de esta decisión, los mantendré encerrados aquí todo el tiempo que me plazca mientras cumplo mi cometido.

Las opciones eran pocas. El destino de todos sus seres amados estaba en riesgo: las vidas de miles de inocentes estaban a punto de ser destruidas por esa horrible máquina. Jeremy, a lo lejos, veía una ventana, ahí estaba, azul y verde, tan bella como siempre. En otra situación se habría podido apreciar una vista tan maravillosa, un lugar lleno de puntos brillantes en medio de una oscuridad que alcanza cada rincón. Una enorme masa azul se veía a lo lejos, aunque no lo suficiente.

Mil piezas, que en algún punto habían hecho parte de un titán informático ahora eran una esfera metálica gigante gracias a una orden autodestructiva. Parecía un asteroide hecho a propósito y se dirigía con una fuerza irrefrenable hacia la tierra. No había muchas opciones, tal vez era más acertado decir que solo había una.

— Chico, sé que anhelas volver a tu hogar, pero, si no hacemos algo todo se perdería. Ya no habría lugar a donde volver.

— Lo sé, pero tengo miedo, señor —dijo Jeremy, algo confundido y aterrado.

— No eres el único, te lo aseguro. —Su frase se vio respondida por unas últimas palabras que venían del monstruo que hace unos momentos los había intentado asesinar.

— Lo siento, padre, lo intenté. — dijo M.E.G.A.N mientras comenzaba a comprimirse cada vez más buscando atrapar a quienes intentaban acabar con su objetivo.

—Capitán... ¿Está seguro de hacer esto?

— Nunca he estado más seguro en mi vida de algo “¡Oh bueno, eso creo!” —pensó.

—¡Carajo!, pues fue un placer, señor, me agradó servir a su lado.

El cabo Jeremy Taylor solo pudo ver una luz resplandecer con una intensidad furiosa, le hacía arder los ojos, pero, no estaba muerto. Esto era diferente, su cuerpo se sentía cálido, sus ojos ardían como si el sol estuviese apuntando sus rayos directamente a él, y no sentía el frío metálico en el que hace unos segundos podría jurar haberse sentado, sus ojos estaban cerrados. Escuchó un sonido familiar, el cantar de las aves, la brisa fresca y el olor de limones recién exprimidos, abrió los ojos y se dio cuenta de que todo había sido un sueño: uno amargo y demasiado real. Tenía una sensación extraña en el estómago, se sentía en los zapatos de M.E.G.A.N, se sentía en los zapatos del capitán y en los suyos propios. Todo esto lo sentía combinado con la alegría de estar de nuevo en casa, junto a un vaso de limonada recién exprimida por su madre que aliviaba el calor de la explosión que había ocurrido en su cabeza. Aunque todo había sido un sueño, presentía que algo había dejado pendiente, tal vez pudo haber tenido otro final, el capitán se habría salvado, o incluso él...

Es confuso de explicar. A veces los sueños son bastante reales y nuestra realidad parece nada más que otro sueño común.

— Creo que al final no fue nada más que un sueño — dijo Jeremy, mientras tomaba un sorbo de limonada y entraba a su hogar a ayudar a su madre.



El umbral del universo

Autor: DANIEL RAÚL NUÑEZ ESTUPIÑAN
danielrnunezes@unimonserate.edu.co
🏆 Segundo lugar

OS
S
B
E
B



En el año 2175, la humanidad alcanzó un hito monumental en su exploración del espacio: el descubrimiento de un agujero de gusano que parecía conducir a un universo completamente diferente. El protagonista de nuestra historia, Juhn, un intrépido explorador espacial, fue seleccionado para liderar la expedición que investigaría este misterioso portal.

Juhn se encontraba en la cubierta de la nave espacial "Pionero", observando el destello azulado del agujero de gusano. Con su equipo, se preparaba mentalmente para lo que estaba por venir. La tensión y la emoción se palpaban en el aire mientras la nave se acercaba al "umbral del universo".

Al atravesar el agujero de gusano, la tripulación del Pionero se encontró en un universo completamente diferente: un paisaje estelar lleno de planetas desconocidos y extrañas formaciones celestes. Sin embargo, lo más sorprendente fue el avistamiento de una gigantesca nave alienígena que parecía ser la capital de una civilización avanzada, con tecnología superior. Era realmente aterrador.

Juhn y su equipo decidieron acercarse a la nave alienígena, esperando establecer un contacto pacífico con estas formas de vida desconocidas. Sin embargo, pronto descubrieron que los alienígenas no eran tan acogedores, más bien, sus sospechas se hacían realidad. Se enfrentaron a desafíos tecnológicos y culturales que antes no habían podido si quiera imaginar. Juhn se vio obligado a tomar decisiones extremas para proteger a su tripulación y mantener la paz en la nave y evitar una posible invasión al planeta.

Cuando ya se veía venir una posible guerra con estos seres misteriosos, Juhn recibió un mensaje de ellos. Después de varios intentos, su equipo descifró el mensaje: exigían una explicación por la invasión y violación de privacidad. Juhn contestó e instantáneamente estableció un diálogo con ellos. Descubrió que su tripulación y todo el planeta ya eran bien conocidos por ellos, habían observado a la humanidad durante mucho tiempo. Estaban intrigados por la capacidad para atravesar el agujero de gusano, pues no esperaban que la humanidad tuviera un avance tecnológico tan repentino. Luego de un extenso diálogo, se llegó a un acuerdo: Juhn y los alienígenas forjarían una alianza que beneficiaría a ambas civilizaciones. La expedición de Juhn no solo abrió una puerta a un nuevo universo, también unió a dos mundos en una búsqueda compartida por el conocimiento y la exploración del cosmos.

Con la cabeza en alto y el corazón lleno de esperanza, Juhn y su equipo regresaron a la Tierra, llevando consigo el legado de su increíble aventura más allá del umbral del universo.

La llegada de Juhn y su tripulación a la Tierra fue recibida con júbilo y expectación. El descubrimiento del agujero de gusano y el contacto con la civilización alienígena fueron hitos para la humanidad. Los medios de comunicación y las redes sociales se llenaron de informes y especulaciones sobre lo que significaba esta alianza para el futuro de la humanidad.

Mientras la nave Pionero atracaba en la estación espacial, Juhn y su equipo fueron recibidos como héroes. Las cámaras capturaron cada momento de su regreso, las imágenes se transmitieron a todo el mundo. Los líderes mundiales se apresuraron a felicitar a Juhn y su tripulación por su valentía y su capacidad para establecer relaciones diplomáticas con los seres hasta ese momento desconocidos.

Sin embargo, Juhn sabía que el verdadero trabajo apenas comenzaba. Aunque la alianza con los alienígenas había sido un éxito, quedaban preguntas sin respuesta: ¿Qué otro secreto guardaba ese nuevo universo? ¿Qué desafíos encontrarían las futuras expediciones? ¿Cómo se llevaría a cabo el intercambio cultural y tecnológico para asegurar una cooperación armoniosa entre ambas civilizaciones?

Juhn fue designado Embajador oficial entre la humanidad y la civilización alienígena. Su misión era mantener el diálogo abierto y promover la colaboración en todos los ámbitos, desde la ciencia hasta la cultura y la tecnología, dando garantías de seguridad de las mismas.

Juhn pasó meses viajando entre la Tierra y la nave alienígena, aprendiendo sobre su historia y su estructura social, tuvo que confiar en ellos forzosamente por presión del gobierno. Pero, la civilización alienígena resultó ser mucho más compleja de lo que Juhn había imaginado. Estaba compuesta por diferentes castas y linajes, cada uno con su propio papel y función. El líder supremo, conocido como el Gran Custodio, gobernaba con sabiduría y pragmatismo; sin embargo, algunos grupos en la sociedad alienígena no estaban de acuerdo con la alianza con los humanos.

Juhn se encontró en medio de intrigas políticas y conflictos internos entre los alienígenas. Se le pidió que mediara en disputas y ayudara a fortalecer los lazos entre las facciones más abiertas al contacto con la humanidad. Al mismo tiempo, debía informar a los líderes de la Tierra sobre el progreso y los posibles riesgos de esta nueva alianza... estos eran muy altos.

Cuanto más tiempo pasaba Juhn con los alienígenas, más entendía su cultura y sus motivaciones. Descubrió que ellos también habían tenido sus propios desafíos y conflictos a lo largo de su historia, y que

su sociedad había evolucionado a través de períodos de caos y orden. Los alienígenas admiraban la adaptabilidad y la resiliencia de la humanidad, pero, temían que nuestra curiosidad desmedida desestabilizará su orden establecido, dando a entender que ellos tenían razones para no confiar del todo en la humanidad.

Una noche, mientras observaba las estrellas desde la cubierta de la nave alienígena, Juhn recibió una visita inesperada del Gran Custodio. El líder alienígena compartió con él una visión de unidad entre las dos civilizaciones, en la que advirtió sobre los peligros de la desconfianza y el malentendido. Además, dejó una frase importante: "Nuestro futuro depende de nuestra capacidad para comprendernos mutuamente". "Si fallamos, las consecuencias podrían ser catastróficas para ambas civilizaciones".

Con estas palabras, resonando en su mente, Juhn se comprometió a trabajar incansablemente y hacer todo lo que estuviese a su alcance para fortalecer la alianza entre humanos y alienígenas, solucionando las preguntas que surgirían a medida que se avanzaba con el proyecto, garantizando la seguridad y la igualdad para las dos civilizaciones. Además, organizó intercambios culturales y tecnológicos, estableció equipos de investigación conjuntos y facilitó el aprendizaje mutuo entre las dos civilizaciones. Poco a poco, las barreras entre humanos y alienígenas comenzaron a desvanecerse, y una nueva era de cooperación y entendimiento se vislumbró en el horizonte.

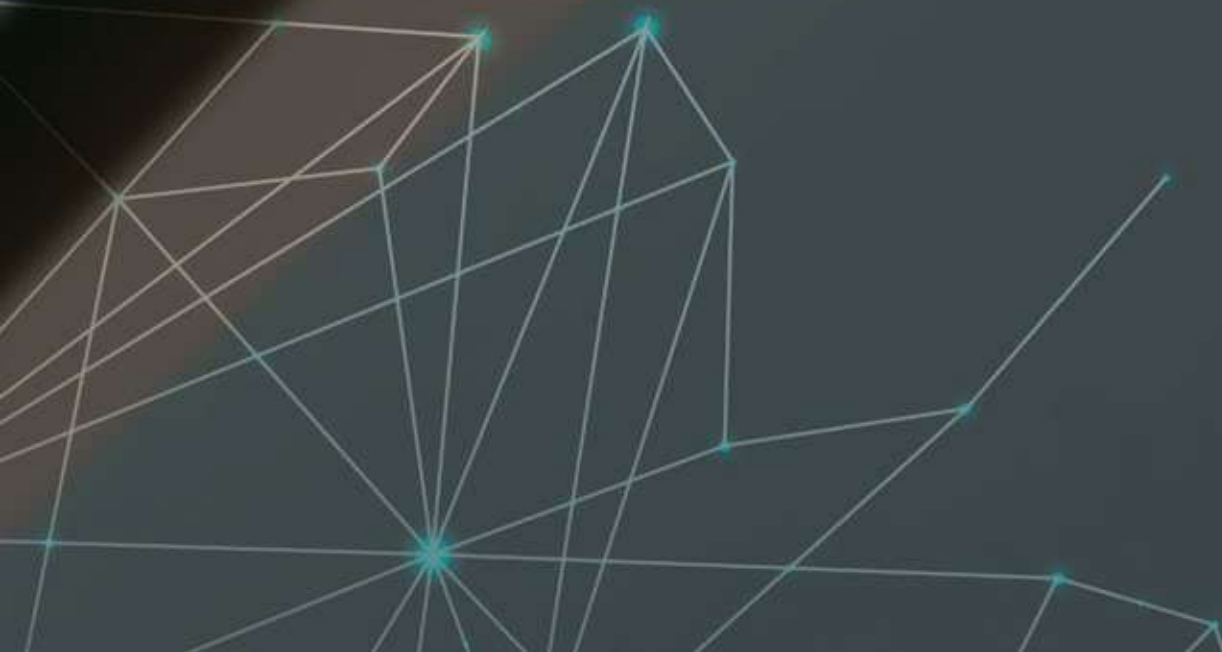
El legado de Juhn como explorador y embajador quedó sellado en los libros de historia. Su valentía y su capacidad para construir puentes entre dos mundos inspiraron a futuras generaciones a seguir sus pasos y explorar lo desconocido con coraje y determinación. A través de su liderazgo, la humanidad descubrió que el umbral del universo no era solo una puerta hacia un nuevo mundo, sino un camino hacia la paz y la unidad entre todas las formas



E = Dilemas y decisiones²

Autor: *BRANDON FELIPE GARCÍA MARÍN*
brandfegarc@unimonstrate.edu.co

🏆 Tercer lugar



UNIVERSIDAD
DE
SERRATE

Hoy es mi cumpleaños número 21 y tengo que decidir qué camino escoger para no ser visto como rebelde y solo tengo dos caminos: ir a la guerra por la soberanía de Marte contra los seres del planeta Saralt o implantarme un chip en mi antebrazo. Aunque esta última suena como una buena opción, no lo es, porque perdería mi libre albedrío... como si alguien lo tuviera en esta época.

Tendré que hablarlo con las personas más cercanas a mí: mis padres y mi amigo. Haciendo una pequeña predicción, la respuesta de mi padre será clara. Él sugerirá que me una a la guerra, pues él es comandante de una de las bases que tenemos en Plutón. Mi madre, que se implantó el chip a mi edad y ahora está en el anillo que orbita la Tierra, me dirá que me implante el chip para poder trabajar con ella en ese anillo y ganar muchas orex, para comprar mi propio planeta. ¿Pero cambiaría todo eso por mi libertad? Hum, no sé.

Luego está mi amigo, quien decidió ser un rebelde, pues no cree en la riqueza ni en el poder. Él prefiere quedarse en la Tierra, vivir con todo lo que nos ofrece, aunque esto signifique que siempre sea perseguido. Su decisión es curiosa, ya que sus padres eligieron el camino de los chips y cada uno tiene cinco anillos en la vía láctea y son dueños de Venus. Creo que iré donde él, me queda más cerca, aunque es más peligroso.

En el camino, me doy cuenta de cómo la guerra de 2055 dejó muchas partes de la Tierra irreconocibles, generando un nuevo orden mundial. Unificarnos nos ha permitido avanzar en tecnología, pero también nos alejó de nuestra humanidad: nos volvimos clasistas y esclavizamos otras razas alienígenas para nuestro beneficio. Muy triste. Por esa razón, no me gustaría ser dueño de un anillo: no podría vivir sabiendo que mi riqueza depende de la esclavitud de otra especie.

Por otro lado, no me gustaría ser un militar. Prácticamente mataríamos por comer, nosotros somos la especie invasora en Marte y otros tantos planetas. La academia me lavará el cerebro. Es importante leer y saber que en una guerra nunca hay ganadores. ¿Por qué seguimos admirando a las personas que están más arriba que los militares y a los que tienen chip si ni siquiera sabemos quiénes son? ¿Cómo se ven? ¿Qué hacen?

Es algo raro. Nadie sabe qué sucedió, pero dicen los rumores de los rebeldes que el que está arriba de los militares y los chips es un rebelde que consiguió la inmortalidad en el año de la gran guerra tras estar expuesto a tanta radiactividad. Muchos pensaban que moriría, pero no: consiguió la inmortalidad. Con el tiempo, sus ideales de rebelde cambiaron: creó jerarquías de los militares, los chips, la esclavitud y la persecución a quienes alguna una vez perteneció.

En fin, es solo un rumor de los rebeldes. Quizás mi amigo sepa algo de eso. Cuando llegue, le preguntaré.

Llegué. Le pregunté sobre aquella teoría de si quien está arriba de los militares y de los chips es un rebelde. Me dijo, en tono de risa, que no, que eso no era posible ¿Por qué cambiaría sus ideales de rebelde a ser prácticamente el líder de los militares y los chips?

—Y a qué debo tu visita hoy, se supone que es tu cumpleaños. No me digas, ¿al fin decidiste entrar a los rebeldes?

—No, pero sí tiene que ver con eso. No sé qué hacer, tengo estas tres opciones. Vine aquí a ver tu punto de vista sobre cómo te han tratado los rebeldes.

—La verdad, me gusta bastante. Puede ser lo que en realidad soy. Tenemos realmente un libre albedrío y también un plan para destruir a los militares y los chips.

—¿Qué? ¿Cómo? ¿Con qué?

—Un arma que estuvimos fabricando y la vamos a tirar en medio de la guerra de Marte. Pero toca plantarla en la corteza del planeta para que funcione. Pero ninguno de nosotros puede llegar hasta allá sin ser descubierto. Deberías llevarla tú. Eres perfecto.

—Espera, ¿qué? ¡No!

—Claro que sí, ¿por qué no? No sé si esta funcione, qué me puede pasar a mí y a mis padres. —Aún no decido, tendría que pensarlo, pero no creo.

—Si cambias de opinión, aquí estaré. Ve y habla con tu madre y tu padre a ver qué te dicen ellos sobre sus puestos. Espero que escojas lo mejor.

—Gracias por entender. Te visitaré antes de elegir. Nos vemos luego, amigo.

¡Wow! No pensé que ellos estuvieran fabricando esa arma, ni que mi amigo lo tomara tan bien. Ahora iré donde mi madre, aunque sería mejor llamarla porque solo tengo un viaje de teletransportación y lo pienso usar con mi padre, él está más lejos.

¡Hm! ¡Qué raro! mi madre no contesta. Tendré que ir donde mi padre y cuando termine de hablar con él, volveré a intentar llamar.

Llegué donde mi padre. Casi no me dejan entrar y por suerte mi padre estaba entrando y me vio.

—Hola, padre, ¿qué haces?

—Hola, mi querido hijo. Justo llego de una misión y tú, ¿qué tal? ¿Ya decidiste unirme a tu padre y por eso estás aquí?

—Yo he estado bien y, de hecho, por eso estoy aquí. Para preguntarte si esta es la mejor opción.

—Claro que esta es la mejor opción, ¿acaso quieres terminar controlado con esos chips o peor aún como esos rebeldes?

—Pues no sé, ambos tienen sus puntos de vista.

—¡Tonterías! Aquí en la milicia es lo mejor que te puede pasar. Tienes todo lo que deseas e ir donde quieras.

—Pero padre, ¿tengo libertad?

—Claro que sí.

—¿Pero es porque tú quieres o porque no tienes elección?

—Claro que sí, pero ya no es momento de hablar de eso. Tengo una reunión con los chips para una misión muy importante. Si fueras de la milicia, te podrías quedar.

—Gracias por la oferta, padre, pero aún no he decidido. Hablaré con mi madre.

—Dale, hijo mío. Sé que elegirás lo mejor. Adiós.

—Adiós, padre.

Vamos a ver si mi madre contesta.

—Hola, hijo. Qué pena contigo, no tengo mucho tiempo.

—Madre, sé que estás ocupada, pero quiero saber algo.

—Si es sobre los chips, deberías unirme a estos. Mírame, estoy muy bien aquí. Nuestra organización es la mejor que las otras dos.

—Pero, ¿por qué es la mejor?

—Claramente, nosotros tenemos la riqueza de todos ellos y los militares apenas son unas máquinas de guerra. Si realmente quieres poder y poner tu vida a salvo, únete a mi grupo, hijo mío. Jamás seremos derrocados.

—Pero, madre, tu riqueza se basa en la esclavitud de otros seres.

—Así funciona siempre, pero no es esclavitud, sino trabajo remunerado según las circunstancias.

—No estoy muy seguro con eso, madre.

—Te entiendo, es difícil de entender. Cuando estés con nosotros, lo vas a entender mejor. Espero que nos elijas.

—Lo tendré que pensar, madre.

—Bueno, hijo, piénsalo y te dejo. Tengo una reunión con los militares. Adiós.

Qué curioso que mi madre y padre tengan una reunión, ¿ambos estarán planeando algo? ¿Si es un ataque contra los rebeldes? Si algo tienen en común es que ambos odian a los rebeldes. Debería ir rápido donde mi amigo. Si él tuviera celular, lo llamaría. Tendré que darme prisa y llegar rápido al escondite de los rebeldes.

Llegué, espero que no sea demasiado tarde, pero creo que sí. Veo mucha destrucción, más de lo habitual. Además, ¿por qué hay tanta gente reunida? Iré a preguntar. Espero que no sea nada malo. ¡No! Mi amigo, ¿qué pasó? Alguien que me diga qué pasó.

—Tranquilízate, estará bien.

—¿Qué fue lo que pasó?

—Un ataque nos cogió por sorpresa mientras estábamos comiendo.

—¿Quiénes fueron?

—Creemos que fueron los chips con los militares, ya que fue un ataque muy fuerte y llegamos a la conclusión de que ambos nos atacaron a la vez.

—Gracias, ayuden a mi amigo por favor, no lo dejen morir.

—Y tú, ¿quién eres?

—Yo soy uno de ustedes. Me iré a Marte a plantar la bomba.

—Bueno, antes de ir, debes prepararte, ya que Marte es un lugar muy hostil desde que está esa guerra. Así que debes usar este traje diseñado por nosotros. Tiene un camuflaje de invisibilidad y aire por 15 horas. Lo hicimos así para no ser tan pesado y para tener una buena movilidad.

—Entiendo, ¿cómo planto la bomba?

—Es sencillo. Solamente tienes que ponerla en la siguiente coordenada. Es más, o menos en la mitad de la guerra. La pones en la corteza. Tendrás 15 minutos para salir de ahí.

—¿En la mitad de la guerra y solo 5 minutos?

—Tranquilo, por eso el traje tiene camuflaje. No va a pasar nada. Tenemos todo calculado y también tenemos un teletransportador para que llegues rápido. Pero la vuelta sí depende de tus medios.

—Entiendo, no hay problemas. Entonces dame el teletransportador y me iré.

—Ya te lo pasamos. Y lleva esto.

—¿Qué es eso?

—Una carta de tu amigo, que dijo que te la diéramos si te decidías entrar.

—Gracias, la tendré en cuenta para más tarde. Hasta pronto.

Ya estoy aquí. Es un lugar desolador, pero ¿qué esperaba si estoy en medio de una guerra? Bueno, tengo que caminar unos 10 metros y llego para plantar la bomba. Espero que no pase nada malo. Llegué. Planto con fuerza en la corteza. Listo. Oprimo el botón rojo y me voy. Aquí vamos, “click”.

¿Dónde estoy? ¿Qué pasó? Solo recuerdo que oprimí el botón y ahora no sé dónde estoy. Se supone que sigo en Marte, pero se ve muy diferente. Desde aquí puedo ver la Tierra y ¿dónde están los anillos?

Esto es muy raro. Así de poderosa era la bomba. Tendré que buscar la forma de ir a la Tierra. Pero ¿cómo? Miremos. ¿Qué llevo encima? Aún tengo el traje y me quedan 10 horas. Significa que estuve inconsciente 5 horas más o menos. ¿Qué más tengo? ¡La carta de mi amigo! Vamos a ver qué dice. “Mi amigo, tienes razón. Y si estás en Marte, busca estas coordenadas. Sabrás cómo llegar a la Tierra y te darás cuenta”.

Ir a esas coordenadas. Sí, puedo irme a la Tierra. Ya llegué, pero no veo nada. ¿Será que está debajo de la corteza? Sí, aquí está. Es como un bunker. Hay un teletransportador, pero este es algo obsoleto. Tiene una fecha predeterminada para viajar hacia la Tierra. Algo de comida y un libro sobre energía nuclear. Bueno, toca esperar. Descansaré, comeré algo y voy a leer el libro.

Bueno, ¿ya quedan 5 minutos? Vamos a listarnos. Ya casi termino el libro. Solo me quedan dos páginas. Qué libro tan bueno. Esta página está escrita a mano y dice, “No recuerdas esta fecha programada en el teletransportador. Las leyendas eran ciertas”. ¿La fecha? Sí, solo dice agosto 16 a las 14:35. No dice año. Y “leyenda cierta”. No entiendo. Quizás en la Tierra tenga respuesta.

Ya llegué, creo. No sé dónde estoy, pero escucho muchas alarmas. Espera, la fecha... 16 de agosto. ¿Y si estoy en el 2050? Pero eso es imposible. Estoy escuchando algo que cae del cielo. Espera, ¿este año no es donde cayeron las boom...

¡Qué pasó! ¿Por qué no he muerto? Me cayeron las bombas directamente. Espera, las leyendas eran ciertas. ¿Y mi amigo cómo lo sabía y por qué nunca me lo dijo? Pero es imposible, el viaje en el tiempo no es real. Pero lo que parece es que sí lo es. Tengo que ir donde haya civilización y tratar de saber qué fecha es, porque no creo que lo que pienso sea real. Ir a buscar civilización.

¿Ya llegué? Aquí hay personas. Una pregunta, ¿qué día es hoy?

- Hoy es 16 de agosto.
- ¿Qué año? ¿Qué hora?
- Cálmate, es el año 2050 y son las 15:00.

No lo creo. Gracias. Eso significa que las leyendas son ciertas. Y la leyenda soy yo, soy el que está arriba de los chips y los militares. Pero, ¿por qué?

Voz misteriosa: Llegas tarde. Te estábamos esperando. Feliz cumpleaños.

- ¿Quién eres?
- Yo soy tú.
- ¿Qué?

Continuará...





FUNDACIÓN UNIVERSITARIA
UNIMONSERRATE

REITUM

Revista de la Escuela de Ingenierías y Tecnologías
UNIMONSERRATE